ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JUIN 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY, PUIS DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** dépose sur le bureau les *Lettres de Madagascar* (1896-1905) du maréchal **GALLIENI**, réunies et publiées par F. CHARLES-ROUX et G. GRANDIDIER.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. le vicomte **SOGA**, de Tokyo, ancien élève de l'École Polytechnique de Paris, envoyé en mission diplomatique par le Gouvernement japonais, qui assiste à la séance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'α-glucoheptulite.*
Note de MM. **GABRIEL BERTRAND** et **GEORGES NITZBERG**.

Nous avons indiqué récemment comment l'hydrogénation de l'α-glucoheptulose, nouveau sucre cétonique obtenu par l'action de la bactérie du sorbose sur l'α-glucoheptite, nous avait fourni, à côté d'une certaine quantité d'α-glucoheptite régénérée, un second alcool plurivalent que nous avons appelé glucoheptulite (¹).

Cette glucoheptulite ou, plus précisément, cette α-glucoheptulite (²) est, comme la plupart de ses isomères, très soluble dans l'eau. Sa solubilité dans l'alcool à $\frac{80}{100}$ est, au contraire, assez faible, voisine de 1,5 pour 100 à la température ordinaire.

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1172.

(²) Car il est possible d'obtenir d'autres isomères en partant de la β-glucoheptite de synthèse.

De la solution concentrée à chaud dans ce dernier dissolvant, elle cristallise en une masse de sphérocristaux formés de fines aiguilles blanches, d'aspect soyeux.

Son point de fusion, pris au bloc Maquenne, est très net et situé, comme nous l'avons déjà mentionné, à $+144°$.

Sa structure est asymétrique car elle dévie à gauche le plan de la lumière polarisée : en solution aqueuse à 5 pour 100, son pouvoir rotatoire mesuré à la température de $+20°$ est $(\alpha)_D = -2°24'$, très supérieur en grandeur absolue à celui des heptites en général.

L'analyse élémentaire correspond bien à la formule prévue $C^7H^{16}O^7$. Nous avons trouvé, en opérant sur $0^g,1589$ de matière :

$CO^2 = 0^g,2292$,	d'où	$C = 39,37$ pour 100	(calculé, 39,62 pour 100);
$H^2O = 0^g,1109$,	d'où	$H = 7,80$ »	(» 7,55 »).

Une partie du produit a été transformée en éther acétique. Pour cela, un demi-gramme a été chauffé avec précaution dans un tube à essais avec 3^{cm^3} d'anhydride acétique rectifié et quelques grains de chlorure de zinc fondu; l'heptulite a d'abord fondu, englobant le sel métallique, mais après une dizaine de minutes de chauffage à une température voisine de l'ébullition et en agitant continuellement, la solution est devenue complète et la réaction a paru terminée. On a refroidi et versé le liquide goutte à goutte dans une vingtaine de centimètres cubes d'eau, en agitant énergiquement : l'acétine brute précipitée s'est rassemblée en une masse visqueuse. L'eau acide a été décantée, remplacée par un égal volume d'eau distillée au sein duquel on a agité de temps en temps la masse d'acétine : après trois heures, celle-ci a commencé à cristalliser. Le lendemain matin, on a recueilli les cristaux par filtration, on les a lavés avec de l'eau jusqu'à complète neutralité et desséchés dans le vide sur l'acide sulfurique. On a obtenu ainsi $0^g,45$ de produit brut, fondant vers $+106°$, que l'on a recristallisé à plusieurs reprises dans un mélange de deux parties d'alcool et d'une partie d'eau, jusqu'à point de fusion constant, que nous avons trouvé être situé à $+116°$-$117°$.

Dans le chloroforme, où il se dissout avec une grande facilité, cet éther acétique a accusé, à la concentration de 1,5 pour 100 et sous une épaisseur de 22^{cm}, une faible déviation voisine de 2 minutes vers la droite.

Peut-on, à la suite des faits que nous avons rapportés, savoir quelles sont les formules structurales de l'α-glucoheptulose et de l'α-glucoheptulite ?

L'α-glucoheptite artificielle de E. Fischer dont nous sommes partis ne

peut être représentée, d'après son mode de préparation et son absence de pouvoir rotatoire, que par la formule suivante :

$$(\mathrm{I})\qquad \begin{array}{ccccccccccccc} & & \mathrm{H} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{H} & & \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ \mathrm{CH^2OH} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{CH^2OH} \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ & & \mathrm{OH} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{OH} & & \end{array}$$

dans laquelle les deux chaînons alcooliques secondaires extrêmes doivent être transformables en carbonyles par la bactérie du sorbose [1] si, toutefois, aucune observation nouvelle ne vient contrarier cette manière de voir. Suivant la place où la transformation microbienne a lieu, on peut donc s'attendre pour l'α-glucoheptulose, soit à la structure représentée par la formule

$$(\mathrm{II})\qquad \begin{array}{ccccccccccccc} & & & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{H} & & \\ & & & & | & & | & & | & & | & & \\ \mathrm{CH^2OH} & - & \mathrm{CO} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{CH^2OH}, \\ & & & & | & & | & & | & & | & & \\ & & & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{OH} & & \end{array}$$

soit à celle correspondant à la formule

$$(\mathrm{III})\qquad \begin{array}{ccccccccccccc} & & \mathrm{H} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & & & \\ & & | & & | & & | & & | & & & & \\ \mathrm{CH^2OH} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{CO} & - & \mathrm{CH^2OH}. \\ & & | & & | & & | & & | & & & & \\ & & \mathrm{OH} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & & & \end{array}$$

Par hydrogénation, l'une comme l'autre de ces structures conduit à un mélange d'α-glucoheptite (I) régénérée et d'un second alcool plurivalent qui est

$$(\mathrm{IV})\qquad \begin{array}{ccccccccccccc} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{H} & & \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ \mathrm{CH^2OH} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{CH^2OH}, \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{OH} & & \end{array}$$

si l'α-glucoheptulose a la formule (II) et

$$(\mathrm{V})\qquad \begin{array}{ccccccccccccc} & & \mathrm{H} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ \mathrm{CH^2OH} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{CH^2OH} \\ & & | & & | & & | & & | & & | & & \\ & & \mathrm{OH} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \mathrm{OH} & & \mathrm{H} & & \end{array}$$

si le sucre cétonique possède, au contraire, la formule (III).

Il est facile de voir que ces deux dernières formules sont individuellement dissymétriques, ce qui s'accorde avec le pouvoir rotatoire de l'α-glucoheptu-

---

(1) Gab. Bertrand, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 3, 1904, p. 181.

lite, mais qu'elles sont, au contraire, l'une par rapport à l'autre, absolument symétriques. Théoriquement, les deux substances qu'elles représentent devraient être les deux β-glucoheptites, *l* et *d*. Pratiquement, il est impossible d'affirmer que l'α-glucoheptulite est une des deux β-glucoheptites : la forme à pouvoir rotatoire droit de ces substances artificielles a bien été obtenue à l'état cristallisé, par L.-H. Philippe (1) mais les constantes physiques ne sont pas superposables. De nouvelles recherches doivent être entreprises pour savoir si les divergences constatées tiennent à ce que les alcools plurivalents à comparer n'ont pas encore été assez purifiés ou si ces alcools appartiennent vraiment à des espèces chimiques différentes.

PHYTOPATHOLOGIE. — *Notes de pathologie alpestre*. Note de M. **J. Costantin**.

I. *Un parasite du* Picea excelsa *dans les Alpes de Savoie*. — En 1923 et 1924, j'ai été frappé par la présence d'une Urédinée parasite de l'Epicea à Pralognan (Savoie).

D'abord dans la forêt qui se trouve au-dessus de la chapelle de Notre-Dame des Neiges (près du Planet), puis vers le haut de la forêt de Villeneuve, au Mont Charvet, à 1800m d'altitude. Dans ce dernier cas, tous les arbres, d'ailleurs de très grande taille, étaient atteints.

Ayant exploré, en 1926 et 1927, la vallée de Chamonix, j'ai retrouvé le même parasite, *Chrysomyxa Rhododendri*, dont l'attaque était, on peut dire, générale sur *tous* les *Picea*; les plus jeunes présentaient d'ordinaire une teinte jaune intense, caractéristique qui s'observait de loin.

Au Chatelard, à la frontière de la Suisse, à Finhaut, la même extension de la maladie s'observait (2).

En 1926, M. Hamy, président de l'Académie des Sciences, m'a signalé l'universalité de la maladie de l'Epicea dans la vallée de Chamonix et attiré mon attention sur l'influence de l'altitude.

II. *Influence de l'altitude*. — Aux Tines (1100m) l'intensité du mal est très faible,

---

(1) L.-H. Philippe, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 26, 1912, p. 289.

(2) J'ai pu être documenté sur la généralité de l'affection en Tarentaise par M. Houssais, professeur; elle existe à Champagny le Haut et le Bas, Saint-Bon, etc., entre 1700 et 800m (à Bozel).

Le Champignon existe à Beaufort-sur-Doron, Haute-Luce, Arèches, Beaubois, etc., de 650m à 1600m.

il existe cependant. Au Planet-Montroc, au-dessus d'Argentière (1500^{m}), l'attaque est intense.

Mais au Chatelard (frontière de la Suisse à 1100^{m}), tous les arbres sont attaqués d'une manière très forte; à Finhaut-(1300^{m}), la maladie due au Champignon est moins grave. L'influence de l'altitude ne découle pas de ce qui précède.

III. *Action pathologique.* — L'arbre souffre-t-il de la présence de ce mal général? Sa croissance est normale; les jeunes très atteints ne paraissent guère troublés par cette lèpre qu'on observe sur eux. Quand l'hiver arrive, les feuilles contaminées tombent, cela correspond évidemment à une déchéance et à une réduction de l'assimilation chlorophyllienne hivernale.

Cette caducité foliaire peut se produire prématurément à la limite supérieure de la culture de l'Epicea. Le 31 août 1927, à 1800^{m}, j'ai constaté que de grands arbres étaient partiellement dépouillés de leurs feuilles. Dans la partie inférieure de la forêt, le même jour, au contraire, les branches étaient couvertes de leurs aiguilles (contaminées ou non).

Vers 1850^{m} la forêt disparaissait, sauf quelques Mélèzes un peu rabougris et isolés qui se voyaient plus haut.

Les Epiceas existaient cependant à une plus haute altitude, mais leur taille était de 1^{m} environ, nettement inférieure à celle d'un homme. Ces individus nains étaient dépouillés presque complètement, sauf une branche encore verte, par-ci par-là; d'ailleurs ces dernières n'existaient pas sur tous les pieds. Dans ce cas, ces petits arbres étaient comme morts. Il est cependant vraisemblable que beaucoup d'entre eux ont dû reprendre vie en 1928. C'est entre 1900 et 2100^{m} que ceci s'observait.

L'Urédinée jouait un rôle important dans la mortification de ces individus : toutes les feuilles avaient été envahies par le *Chrysomyxa*, ce qu'on n'observe jamais aux altitudes plus basses.

Évidemment la neige tombée plusieurs fois en plein été à ces hautes altitudes devait avoir un rôle dans le rabougrissement de la taille et dans la plus grande virulence du parasite.

La maladie devient donc beaucoup plus grave entre 1900 et 2100^{m}. Elle doit contribuer probablement au nanisme et aussi à la mort de certains individus.

IV. *Un cas exceptionnel.* — J'ai cependant observé un fait en opposition avec ce qui précède, dont la constatation m'a surpris.

A une altitude plus grande que les précédentes que j'estime approximativement à 2200^{m}, j'ai rencontré un arbuste isolé qui était complètement vert. Cet Épicéa était un peu plus haut (1^{m},30) que ceux qui constituaient le cimetière que je viens de décrire plus haut.

Ce *Picea* était adossé à un *Pinus cimbra*. Or ce Pin brave des climats très rudes et pousse jusqu'à 2300^{m}, pendant aux rochers les plus abrupts, rabougri, mais cependant sans être nain.

J'émets, comme l'hypothèse de travail, l'opinion que les mycorhizes de ce Pin, en s'insinuant dans les racines de l'Epicea adossé, lui ont donné une résistance inattendue vis-à-vis du *Chrysomyxa*.

V. *Mycorhizes*. — J'ai constaté d'ailleurs, dans une contrée où tous les *Picea* sont atteints par l'Urédinée, qu'ils présentent des résistances très inégales. Quand il y a mélange d'Epiceas et de Mélèzes, la maladie est très intense. Or, dans ce cas, j'ai récolté, à maintes reprises, le *Boletus flavus* sur les racines du *Picea*.

Sur un Epicea, à la base duquel j'ai observé des ronds et étoiles de sorcières de *Polyporus ovinus*, la résistance était très forte.

Au contraire un *Picea* présentant sur ses racines une belle étoile de sorcières due au *Boletus cavipes* variété *luteus*, l'invasion de l'Urédinée était très accusée.

BACTÉRIOLOGIE. — *Nouvelles recherches expérimentales sur l'ultravirus tuberculeux*. Note de MM. **A. Calmette**, **J. Valtis** et **A. Lacomme**.

Dans deux précédentes Notes [1] nous avons exposé les résultats d'une première série d'expériences sur l'infection transplacentaire par l'ultravirus tuberculeux. Ces expériences portaient sur neuf enfants ou fœtus provenant de mères tuberculeuses, séparés de celles-ci dès leur naissance ou leur extraction, et dans les organes desquels nous avions constamment pu mettre en évidence, soit des bacilles tuberculeux colorables au Ziehl, soit les éléments filtrables à travers les bougies Chamberland L2 qui, inoculés aux cobayes, déterminaient la mort rapide de ces animaux sans lésions visibles, ou provoquaient une infection à allure bénigne du système lymphatique, au cours de laquelle on pouvait découvrir, dans divers groupes ganglionnaires, quelques bacilles tuberculeux typiques, isolés ou agglomérés en amas.

En présence de ces faits et des constatations expérimentales que nous avions faites antérieurement sur les cobayes femelles gravides, il paraissait certain que l'infection tuberculeuse transplacentaire est beaucoup plus fréquente qu'on ne l'admettait jusqu'alors et il importait de poursuivre les recherches en vue de préciser le rôle de cette infection dans la mortinatalité et dans la mortalité des nouveau-nés de mères tuberculeuses.

---

(1) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 491; **183**, 1926, p. 835.

Les ressources du Service de tuberculeuses annexé à la clinique obstétricale Baudelocque nous ont permis de continuer l'étude de cet important problème.

Du 1er octobre 1926 au 31 mars 1928, soit en 18 mois, 193 enfants ou fœtus de mères tuberculeuses ont été expulsés à la clinique Baudelocque; 173 sont nés vivants et apparemment viables, c'est-à-dire que leur poids dépassait 1800g et qu'ils ne présentaient pas de tares pathologiques manifestes; 20 pouvaient être considérés comme non viables, soit parce que très prématurés (15), soit parce que porteurs de malformations (2), soit parce qu'hérédo-syphilitiques (1) ou enfin parce qu'obstétricalement traumatisés (1).

Sur les 173 enfants nés apparemment viables, 21 (soit 12 pour 100) sont morts à la clinique, dont 12 (soit 7 pour 100) au cours du premier mois.

Les causes de mort de ces 21 enfants étaient : 1 tuberculose congénitale avec lésions de granulie pulmonaire macroscopiquement visibles; pour 4, le syndrome de *dénutrition progressive* décrit par A. Couvelaire et, sous le vocable de « morts inexpliquées », par Léon Bernard, Debré et Lelong; enfin 16 sont morts d'infections diverses (broncho-pneumonies, pneumonies, otites, érysipèle).

Le déchet global fut donc de 41 enfants ou fœtus, *soit* 24 *pour* 100. De ces 41 enfants ou fœtus, 21 seulement ont pu être autopsiés et ont fait l'objet de nos recherches; mais nous ne retiendrons que 15 d'entre eux, les animaux inoculés avec les organes des 6 autres étant morts dès les premiers jours après l'inoculation.

Frappés par le nombre de résultats positifs que nous avions obtenus dans notre première série d'expériences, nous nous sommes entourés de toutes les précautions possibles pour éviter les causes d'erreurs. Les animaux inoculés ont été mis à l'abri de tout contact avec des animaux tuberculeux; nos inoculations et autopsies ont été faites avec des instruments neufs, n'ayant jamais servi à l'inoculation ou à l'autopsie d'animaux tuberculeux. Les autopsies des enfants ont été effectuées aseptiquement à la clinique Baudelocque.

Cette nouvelle série de nos recherches a porté sur 11 enfants (à ajouter aux 9 qui faisaient l'objet de notre précédente Communication) pour lesquels les inoculations expérimentales nous ont donné un résultat positif.

L'un de ces enfants avait été extrait par opération césarienne d'une mère atteinte de méningite tuberculeuse. Il a vécu 19 jours à l'abri de tout contact tuberculeux. Son autopsie révéla l'existence de lésions de granulie

pulmonaire. Tous ses organes contenaient en abondance du bacille de Koch.

Aucun des autres ne présentait de lésions tuberculeuses visibles, mais chez deux d'entre eux, nous avons trouvé, dans leurs ganglions (coronaires et trachéo-bronchiques principalement) des bacilles visibles à l'examen direct, colorables par le Ziehl, et *tous* avaient, dans leurs viscères, et dans leurs ganglions lymphatiques, des éléments virulents qui, inoculés au cobaye, provoquaient presque constamment l'apparition ultérieure, dans les différents groupes ganglionnaires de ces animaux, de bacilles tuberculeux typiques, peu nombreux et isolés ou en amas, sans lésions tuberculeuses macroscopiquement visibles.

Pour trois de ces enfants, les filtrats de leurs organes se sont montrés virulents.

Il est exceptionnel que les éléments filtrables, auxquels nous avons donné le nom d'*ultravirus tuberculeux*, déterminent, chez le cobaye, de même que chez l'enfant, des lésions identiques à celles que produit le bacille de Koch normal, c'est-à-dire évoluant vers la caséification. Ces lésions restent ordinairement bénignes et sont surtout caractérisées par un engorgement des ganglions lymphatiques, de sorte que, lorsque l'infection transplacentaire par l'ultravirus entraîne la mort du fœtus *in utero*, ou celle du jeune enfant, il apparaît bien que celle-ci soit due à des phénomènes d'intoxication produits par une toxine que nous n'avons pas encore réussi à isoler.

Nous sommes donc conduits à établir désormais une distinction entre l'*hérédité bacillaire* proprement dite, résultant de la transmission directe des formes normales du bacille de Koch, qui est rare et presque fatalement mortelle à brève échéance pour le nouveau-né, et l'*infection transplacentaire par l'ultravirus* qui paraît, au contraire, très fréquente et qui, lorsqu'elle ne détermine pas la mort rapide du fœtus, ou celle du nouveau-né par *dénutrition progressive*, ne semble pas avoir de conséquences graves pour la santé des nourrissons lorsque ceux-ci ne sont pas exposés à des réinfections bacillaires dans leur milieu familial.

Les mesures de prophylaxie individuelle et de défense sociale contre la tuberculose doivent donc toujours être principalement dirigées contre les effets particulièrement nocifs de ces réinfections bacillaires, surtout dans le très jeune âge. Elles doivent tendre :

1° A réaliser la vaccination préventive par le BCG, dont l'expérience, à la Clinique Baudelocque, montre la parfaite innocuité, aussi bien pour les

enfants de mères tuberculeuses qui naissent sans doute presque tous porteurs d'ultravirus, que pour ceux qui naissent indemnes;

2° A séparer, toutes les fois qu'il est possible, dès après leur naissance, les nouveau-nés de mères phtisiques.

PHOTOMÉTRIE. — *Sur le rendement des globes diffusants translucides et le principe de la conservation des flux lumineux.* Note [1] de M. ANDRÉ BLONDEL.

On peut calculer l'effet de transmission total du globe sphérique diffusant en généralisant un calcul que j'ai donné antérieurement pour les réflexions dans un globe diffusant opaque [2].

Pour simplifier, supposons d'abord que la diffusion par réflexion et par transmission se fasse suivant la loi du cosinus (loi de Lambert). Tout faisceau incident de flux égal à l'unité subit, en tombant sur le verre diffusant, une réflexion spéculaire, une réflexion diffuse, une absorption et une transmission.

En appelant s le facteur de réflexion spéculaire moyen, ρ et τ facteurs de réflexion et de transmission diffuses, a le facteur d'absorption, on a d'abord la relation

$$s+\rho+\tau+a=1. \tag{1}$$

En appelant I l'intensité de la source dans la direction d'un point m du globe, centre d'un élément de surface ds, r le rayon du globe, S sa surface totale, F le flux de la source, on a

$$\mathrm{F}=\int_{\mathrm{S}}\frac{\mathrm{I}}{r^2}\,ds. \tag{2}$$

Les rayons incidents réfléchis vers le centre sont supposés récupérés, en admettant qu'ils ne soient pas absorbés par la source.

L'éclairement total E au point m est la somme de trois éclairements e, e', e'', que l'on va définir. Le premier est l'éclairement direct et réfléchi :

$$e=\frac{\mathrm{I}}{(1-s)\,r^2}, \tag{3}$$

le second est dû à la brillance intérieure du globe. Soit B cette brillance au

---

(1) Séance du 18 juin 1928.

(2) *Sur les intégrations photométriques* (*Bull. Soc. int. des Électriciens*, 2e série, 4, 1904, p. 659).

point m' produite par la radiance R provoquée par l'éclairement E'; on a, par la loi de Lambert,

$$(4)\qquad B=\frac{R}{\pi}=\rho\frac{E'}{\pi}.$$

Si l'on appelle α les angles égaux formés en m et m' avec les rayons de la sphère par la droite mm', l'élément ds reçoit de la sphère un éclairement

$$(5)\qquad e'=\int_S \frac{\rho E\,ds'}{\pi}\,\frac{\cos^2\alpha}{r^2}=\frac{\rho\int E'\,ds'}{S}=\rho E_m=R_m,$$

en désignant par E_m l'éclairement moyen total de la sphère et par R_m la radiance moyenne. Il faut ajouter l'effet de l'éclairement diffus transmis par réflexion spéculaire, chaque élément ds' servant de miroir; en tenant compte des réflexions spéculaires successives, on a ainsi

$$(6)\qquad e''=\frac{s}{(1-s)S}\int_S R''\,ds'=\frac{s}{1-s}R_m.$$

Ajoutant les trois termes e, e', e'', l'éclairement total en m est

$$(7)\qquad E=\frac{1}{1-s}\left(\frac{1}{r^2}+R_m\right).$$

Chaque élément de surface ds émettra un flux $E\,ds$. Le flux F' émis par le globe sera proportionnel à l'intégrale de cette expression; or

$$(8)\qquad (1-s)\int_S E\,ds=\int_S\frac{1}{r^2}\,ds+\int_S R_m\,ds,$$

ou, en tenant compte de (2) et (5),

$$(9)\qquad E_m S=F+R_m S=F+\rho E_m S,$$

d'où l'on obtient l'expression de E_m en fonction de F,

$$(10)\qquad E_m=\frac{1}{S}\,\frac{F}{1-\rho-s}.$$

Le flux transmis étant

$$(11)\qquad F'=\tau E_m,$$

on obtient pour expression du facteur de transmission globale *apparent*

$$(12)\qquad \tau'=\frac{1}{1-\rho-s}.$$

En général, l'émission des rayons diffusés se fait suivant une loi plus complexe, en fonction de l'angle α; la brillance interne et la radiance externe sont de la forme

$$B_\alpha = E f(\alpha) \cos\alpha; \qquad R_\alpha = E \varphi(\alpha).$$

Le flux transmis aura donc pour expression

$$F' = \int_S R'_\alpha \, ds' = \int_S E \varphi(\alpha) \, ds'$$

et l'éclairement secondaire

$$e' = \int_S \frac{E f(\alpha) \cos^2\alpha}{d^2} ds = \int \frac{E f(\alpha)}{S} ds;$$

d'où

$$(1 - s) E = \frac{I}{r^2} + \frac{1}{S} \int_S E f(\alpha) \, ds.$$

Cette équation n'est plus intégrable et l'on ne peut donc pas calculer F'. Mais on peut heureusement donner à la solution précédente une forme applicable à tous les cas, en remplaçant dans l'expression (12) de τ' le dénominateur par la somme $a + \tau$, qui lui est égale en vertu de (1); d'où :

(12) $$\tau' = \frac{\tau}{a + \tau}.$$

En général, les rayons réfléchis au centre sont plus ou moins absorbés par la source, et à a il faudra ajouter un terme $a' < 0,05$.

A titre d'exemple, si l'on a

$a + a' = 0,15$,	$\rho = 0,25$,	$\tau = 0,60$,	il vient	$\tau' = 0,80$;
0,15,	0,45,	0,40,	»	0,727;
0,20,	0,60,	0,20,	»	0,50.

On s'explique ainsi qu'il puisse exister d'énormes différences entre le coefficient de transmission τ d'un élément ds isolé du globe et le coefficient de transmission apparent du globe complet.

L'expression (12) ne contient plus que deux facteurs connus et présente une signification physique très simple; elle est en effet la simple définition du rendement lumineux de la transmission de lumière entre la face intérieure du globe, qui reçoit tout le flux lumineux F de la source, et la face de sortie, qui reçoit seulement la fraction τ de ce flux, diminuée de l'absorption. L'équation (12) n'est donc que la traduction algébrique du principe

de la *conservation du flux lumineux*, que j'ai mis en évidence déjà antérieurement et qui s'écrit ici

$$F'\left(1+\frac{a}{\tau}\right)=F.$$

Elle ne suppose rien sur la loi de la réflexion diffuse et elle est applicable à tous les globes diffusants.

Dans le cas d'un globe assez opaque pour que le facteur de réflexion diffuse $\frac{1-s}{\rho}$ atteigne une valeur de 0,85 à 0,90, le terme e dans l'expression (5) peut devenir très faible par rapport à $e'+e''$.

Si donc la source présente une répartition de lumière qui soit de révolution autour de l'axe vertical, ou qui soit peu irrégulière, on aura une mesure proportionnelle à l'éclairement moyen, et par suite au flux de la source en intégrant les rayons émis suivant la direction normale par un double secteur du globe compris entre deux plans méridiens.

J'ai décrit et réalisé en 1895 un intégrateur photométrique ainsi constitué, sous forme d'une boule sphérique en verre opale épais, s'ouvrant suivant un plan diamétral, entourée d'un globe métallique opaque ouvert suivant deux secteurs, dont les rayons diffusés sont recueillis et concentrés sur l'écran d'un photomètre par un miroir en forme d'ellipsoïde (¹).

L'éclairement du photomètre était, avec une précision suffisante pour le portique, proportionnel au flux émis par la lampe. Ce lumenmètre a été le premier appareil à boule intégrante permettant la mesure directe du flux

On voit par ce qui précède les grands services que peut rendre en photométrie l'application du principe de la conservation du flux lumineux.

D'après l'équation (9) ce principe s'applique même sur la face interne du globe, *à condition* qu'on attribue le signe négatif au flux *centripète* $R_m S$, tandis que le flux *centrifuge* $E_m S$ est positif. Le flux de la source F peut ainsi entretenir un flux $E_m S$ plus grand que lui, tout comme une force électromotrice alternative, branchée aux bornes d'un circuit comprenant une inductance et une capacité, peut entretenir aux bornes de cette dernière une différence de potentiel plus élevée qu'elle-même.

(¹) Cf. A. Blondel, *Détermination de l'Intensité moyenne sphérique des sources de lumière* (*L'Éclairage électrique*, **2**, 1895, p. 542, et *Bull. Soc. int. des Électriciens*, *loc. cit.*).

GÉODÉSIE. — *Déviations de la verticale en Corse.*
Note de M. P. Helbronner.

Les études de la déviation de la verticale que j'ai été amené à exécuter dans les Alpes françaises, parallèlement à la documentation destinée à l'établissement du calcul d'un arc de méridien basé sur la chaîne fondamentale que j'avais établie sur le territoire de la Savoie en 1907 et 1908, et que j'avais prolongée de 1921 à 1923 sur le Dauphiné et la Provence, se sont naturellement poursuivies lorsque j'ai soudé aux opérations de cette chaîne celles de la jonction géodésique directe de la Corse au Continent français, et celles d'une chaîne méridienne fondamentale intéressant l'île dans toute sa longueur.

J'ai encore pu faire appel pour les observations astronomiques à la précieuse collaboration de M. G. Fayet, directeur de l'Observatoire de Nice, dont la réussite des travaux aux huit stations que je lui avais demandé d'exécuter dans les Alpes ne pouvait que me faire souhaiter la continuation du bénéfice d'une compétence remarquable et d'une expérience d'observateur consommée. Le but que je visais en Corse s'avérait d'ailleurs peut-être encore plus intéressant que dans les Alpes : à côté, en effet, de la nécessité d'obtenir de nouvelles données astronomiques permettant de prolonger l'étude de la courbure méridienne le long de l'extension que j'allais fournir à ma triangulation fondamentale, en l'augmentant d'un degré et demi en latitude, se présentait l'occasion de profiter de la situation de la Corse isolée à plus de 100^{km} du territoire continental le plus proche et dotée d'un très puissant relief orographique, pour une recherche méthodique des déviations de la verticale tout autour et au centre de son territoire. Celui-ci peut, en effet, être considéré comme le théâtre de forces attractives dégagées de sources éloignées et dépendant exclusivement de son seul figuré topographique d'une part, et de sa propre constitution géologique d'autre part, en particulier par le fait que les profondeurs maritimes environnantes — sauf au seuil étroit de rattachement avec la côte toscane — constituent avec les altitudes de la chaîne centrale des dénivelées totales pouvant dépasser une moyenne de 4000^{m} et présentent de larges et puissants fossés de séparation avec les reliefs extérieurs les plus voisins.

Je fixais à cet effet cinq positions d'observations astronomiques, sur la périphérie, c'est-à-dire au Nord-Est à Bastia, au Nord-Ouest à Ile-Rousse, à l'Ouest à Ajaccio, à l'extrême Sud au cap Pertusato, et enfin à l'Est à

Alistro. Un sixième centre d'occupation me paraissait intéressant à placer à Calacuccia au centre de l'île, au pied immédiat du massif du Cinto, point culminant de la chaîne centrale et dans le voisinage d'autres mouvements orographiques très importants en volume et en élévation.

Les observations astronomiques ne purent être toutes achevées en 1925 et l'occupation d'Alistro fut reportée à 1926. L'instrument employé fut encore l'astrolabe à prisme de Claude et Driencourt qui avait donné toute satisfaction aux stations des Alpes. Comme en chacune de celles-ci, il me parut encore désirable de posséder les observations de quatre séances différentes, pendant lesquelles on put en général travailler sur une centaine d'étoiles en utilisant concurremment les signaux de la Tour Eiffel et du poste Lafayette. A Alistro où les conditions atmosphériques permirent même cinq séances, le nombre d'étoiles utilisées en une seule des séances atteignit 146, les signaux de T. S. F. y étant observés exclusivement sur le poste Lafayette.

De même que dans la Note précédente, relative aux stations des Alpes, je résume ici par le tableau ci-dessous les valeurs des coordonnées astronomiques et géodésiques qui, par leur différence, mettent en évidence le sens et la force relative des six attractions locales étudiées :

	Latitude astronomique moins latitude géodésique.	Longitude astronomique moins longitude géodésique.	Attraction finale en azimut (Nord : 0^G, et sens trigonométrique).	Attraction finale en valeur métrique proportionnelle.
	"	"	grades	m
1° Ajaccio	−18,07	+35,88	338	322,4
2° Calacuccia	− 3,75	−16,28	80	126,0
3° Pertusato	− 9,26	+21,06	334	183,2
4° Bastia	− 1,20	−64,46	98	474,0
5° Ile-Rousse	+61,46	+40,47	229	682,9
6° Alistro	−22,68	−62,82	71	517,3

Ces valeurs graphiquement reportées sur la carte au $\frac{1}{1000000}$ qui accompagne cette Note fixent d'une façon expressive en chacune des positions l'action prépondérante de l'attraction en puissance et en direction.

A *Ajaccio*, l'attraction résultante se fait dans la direction du grand Massif Central Monte Rotondo-Monte d'Oro, sans que le petit massif immédiatement voisin des pointes de Lisa et de Pozzo di Borgo situé au Nord de la ville fasse sentir spécialement son action. Il est vrai qu'au Sud-Est, de l'autre côté de la baie d'Ajaccio, les masses, à peu près égales quoique plus

éloignées, des chaînons dominés par la pointe de Cozzanaccio doivent évidemment se présenter en attractions compensatrices.

A *Calacuccia*, les forces attractives doivent s'exercer dans toutes les directions car la station se trouve dans le fond de la vallée entourée de tous côtés par les plus hauts massifs de l'île; il est d'autant plus curieux de constater que c'est précisément le plus important en volume et en élévation, celui qui court au Nord et qui culmine au Cinto qui a nettement imposé sa suprématie. La direction de la résultante vient en effet tomber à peu près au milieu de la distance séparant le Cinto du Paglia Orba; quant à son intensité relativement faible elle comprend les diverses réactions antagonistes, notamment des massifs de la Punta Artica et du Rotondo, noyées dans la complexité des forces en présence.

A *Pertusato* à l'extrémité méridionale de l'île, l'attraction finale se fait nettement sentir dans l'alignement de la petite chaîne de collines toutes voisines qui se dirige vers la presqu'île de Santa Manza sans qu'elle semble influencée par les massifs de la Trinité et du Mont Corbo situés au Nord mais déjà à une distance supérieure.

A *Bastia*, l'attraction très forte, presque absolument dirigée vers l'Ouest, est due évidemment à l'importante masse de la chaîne dorsale du Cap Corse qui s'élève immédiatement au-dessus de la ville à la faible distance de $4^{km},5$, avec la forte dénivelée de 900 à 1300^{m}.

A *Ile-Rousse*, l'attraction finale apparente s'exerce par le Massif Central du Niolo, l'axe de direction venant tomber sur le Mont Travonato, en laissant nettement à l'Ouest la partie la plus élevée et la plus épaisse de la chaîne du Cinto. Il est probable d'ailleurs que l'effet de la grande masse centrale soit quelque peu modifié par celui d'une masse beaucoup moins volumineuse mais toute proche, celle de la Cima d'Occica située à 2^{km} et s'élevant à 300^{m} d'altitude.

Il est intéressant de rappeler que MM. Perrotin et Hatt, opérant alternativement à Ile-Rousse et à Nice, ont obtenu pour Ile-Rousse une différence de longitude avec Paris qui n'est supérieure que de 45 millièmes de seconde de temps à celle des présentes opérations. D'autre part, les valeurs de latitude astronomique et géodésique, résultant des observations de 1889, ont présenté une différence de $+63'',581$ au lieu de $+61'',463$ résultant de mes calculs; ce très léger écart de $2'',118$ s'expliquerait déjà facilement par la seule imprécision des positions géodésiques admises à cette époque pour la Corse.

A *Alistro*, la déviation dominante s'effectue en direction de la région méridionale du massif du San Pedrone, traversant l'alignement plus proche

des avant-monts du Monte Osari et du Monte San Appiano, semblant plus attirée par ce dernier, situé, en effet, à plus courte distance.

En résumé, de ces six études, il est remarquable de constater que les attractions se font, en général, nettement vers l'intérieur de l'île, en direction régulière des massifs les plus voisins, même souvent très inférieurs en puissance et en altitude, masquant toute action dépendant de la nature géologique dont l'influence s'efface complètement devant celle du relief. C'est la même conclusion que celle qui s'est imposée en conséquence des huit déviations que j'ai obtenues dans les Alpes françaises.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Au sujet d'un Mémoire de M.* W. G. Burgers *sur les cristaux uniaxes à pouvoir rotatoire*. Note de M. **G. Friedel**.

M. W. G. Burgers a publié récemment [1], sur la structure des cristaux uniaxes pourvus du pouvoir rotatoire, un travail suggéré par les quelques réserves que je me suis permis de faire [2] au sujet des déterminations radiologiques de structures dans les cas d'édifices cristallins pseudo-paramorphes (c'est-à-dire d'édifices mimétiques à éléments trop fins pour être perçus séparément).

M. Burgers étudie par l'analyse radiologique quatre espèces uniaxes à pouvoir rotatoire (oxalate de K-Rh; métapériodate de Na; sulfate d'éthylènediamine; carbonate de guanidine) et est conduit à conclure que, dans ces espèces, la dissymétrie holoaxe et le pouvoir rotatoire qui l'accompagne sont dus à la disposition des atomes dans la maille et non à une superposition pseudo-paramorphique de « lamelles » dépourvues chacune de cette dissymétrie. Il s'efforce d'ailleurs de généraliser ce résultat et de diminuer le plus possible, si ce n'est de réduire à néant le rôle des structures pseudo-paramorphiques. C'est la tendance générale et toute naturelle des physiciens venus à la cristallographie par la voie de l'analyse radiologique. Il est très possible que les quatre espèces étudiées soient de vrais uniaxes à structures atomiques simples, et que les groupements mimétiques, du genre de ceux que Mallard imaginait pour expliquer le pouvoir rotatoire spécial aux cristaux (et inexistant en solution, comme celui du quartz par exemple), n'y

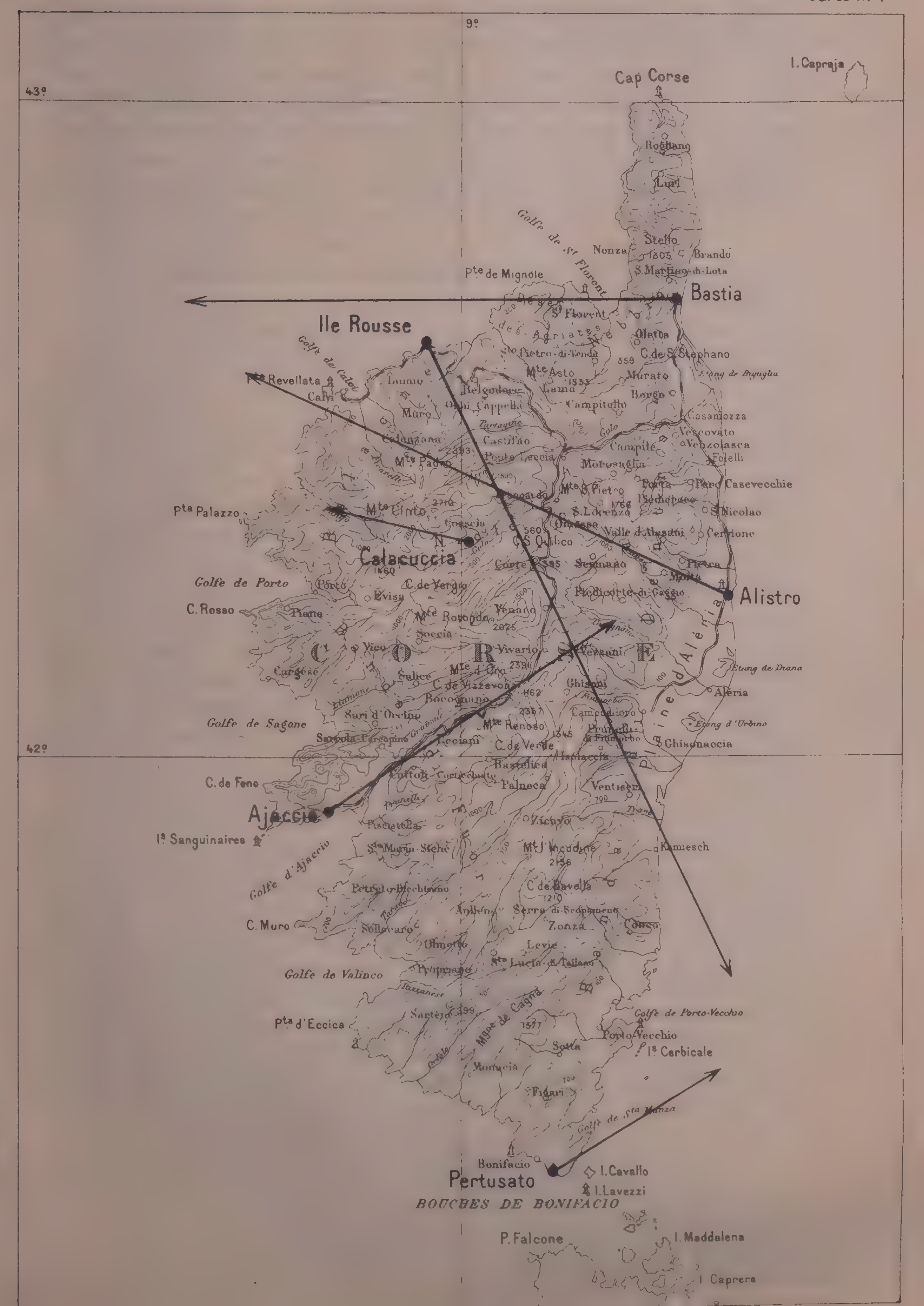
---

(1) *Proc. Roy. Soc.*, A, **116**, 1927, p. 553-586.

(2) *Leçons de Cristallographie*, 1926, p. 396-397, et *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 741.

DÉVIATION DE LA VERTICALE EN CORSE

Carte nº 4



interviennent pas. Ce ne sont pas ces résultats particuliers que je conteste, bien qu'ils me paraissent fragiles. Je crois seulement devoir attirer l'attention sur une erreur fondamentale relative à la nature des macles et qui vicie toute l'argumentation de M. Burgers. Il me paraît y avoir un certain intérêt à relever cette erreur, parce que c'est une très vieille idée, depuis longtemps démontrée fausse, mais qui revient sur l'eau de temps en temps et qui peut paraître, à première vue, raisonnable à ceux qui n'ont pas eu l'occasion ou le temps de méditer un peu sur les phénomènes connexes de macle, d'épitaxie et de syncristallisation.

Voici comment M. Burgers l'expose : Il rappelle d'abord que la macle consiste en ceci, « qu'à un certain stade de la croissance du cristal, les groupes atomiques constituants peuvent prendre deux ou plusieurs positions d'équilibre qui sont quasi équivalentes, l'une correspondant à la continuation du cristal homogéne, les autres à la formation de macles ». Et il ajoute : « La possibilité de la macle doit, par conséquent, être liée à un caractère pseudo-symétrique de la structure du cristal non maclé.... Il semble raisonnable d'admettre que, *dans le cas où la macle se produit toutes les quelques mailles* (cristaux pseudo-paramorphiques), la cause de la macle doit être due à des relations pseudo-symétriques très prononcées autour d'un point... ». Je laisse de côté la restriction en italiques, car il n'est allégué aucune raison d'imaginer que le phénomène de macle soit, dans ce cas, différent de ce qu'il est dans les autres. La macle, selon M. Burgers, serait donc due à la pseudo-symétrie de tout l'ensemble de l'édifice cristallin, c'est-à-dire en somme à la pseudo-symétrie du *motif*. Cela est affirmé sans même une tentative de démonstration, en alléguant simplement qu'il « semble raisonnable de l'admettre ». Or le clair enseignement qui ressort de toute l'étude des macles est au contraire celui-ci (voir par exemple *Leçons de Crist.* p. 482) : La formation de la macle est totalement indifférente à la symétrie ou à la pseudo-symétrie de l'édifice cristallin ou des groupes d'atomes qui le constituent. Elle est due uniquement à la rencontre de symétries ou de pseudo-symétries dans les *périodes* (mailles, simples ou multiples) de cet édifice. Ou encore, ce qui est peut-être plus clair : La stabilité de l'édifice cristallin n'exige pas nécessairement que cet édifice soit tout entier périodique ou quasi périodique. La périodicité peut être interrompue et l'édifice composé de plusieurs éléments homogènes diversement orientés (macle). En ce cas, il suffit que cette périodicité (exacte ou approchée) existe, à travers tout l'édifice, dans la répartition de certains atomes; les positions de tous les autres atomes, et par suite la symétrie ou pseudo-symétrie du

motif cristallin n'interviennent pas. Je dois me contenter ici d'affirmations, et ne puis que renvoyer à l'exposé qui figure dans l'ouvrage précité (p. 421-483).

Ayant émis cette idée inexacte d'une pseudo-symétrie nécessaire du milieu cristallin par rapport aux éléments de macle, M. Burgers en tire cette conclusion, erronée par conséquent aussi, que la maille commune à deux cristaux maclés n'est pas, comme le veut la théorie que je soutiens, un multiple de la période simple, mais bien un sous-multiple. C'est sur cette erreur que sont basés tous ses raisonnements. On voit qu'il faut n'en accueillir les résultats qu'avec circonspection.

Comme la théorie des macles à laquelle j'ai fait allusion ci-dessus est bien antérieure à la découverte de Laue, il n'est pas inutile de faire observer que les résultats de la radiologie lui ont apporté pleine confirmation, et sont en complète contradiction avec la supposition de M. Burgers. On connaît à présent assez de cas de macles dans des espèces dont la structure est établie par l'analyse radiologique, pour qu'il soit aisé de constater que la macle ne répond absolument pas à une pseudosymétrie du milieu cristallin, mais seulement à celle d'une de ses mailles (périodes). Il suffit de citer en exemple la macle (110) de la calcite (*loc. cit.*, *fig.* 504), macle plus finement répétée puisqu'elle se produit par voie mécanique à n'importe quel moment et en n'importe quel point du cristal. La structure de la calcite, établie radiologiquement par Sir W. Bragg, ne montre pas la moindre pseudo-symétrie par rapport au plan de macle (110). Cette pseudo-symétrie n'appartient qu'à une maille multiple dont le volume est égal à cinq fois celui de la maille la plus petite. Il n'y a point là une supposition, ou un résultat de théorie plus ou moins contestable, mais une simple constatation de fait.

M. **Appell**, en faisant hommage à l'Académie [1] du fascicule XXVII du *Mémorial* intitulé : *Le problème géométrique des déblais et remblais*, dont il est l'auteur, écrit ce qui suit :

Le Recueil des *Mémoires de l'Académie des Sciences* pour 1781 renferme un des écrits les plus remarquables de Monge où se trouvent développées d'une manière incidente la théorie des lignes de courbure et les propriétés des systèmes de rayons rectilignes appelés aujourd'hui congruences de

---

[1] Séance du 18 juin 1928.

droites. Le grand géomètre y propose le problème suivant : « Deux volumes équivalents étant donnés, les décomposer en particules infiniment petites se correspondant deux à deux, de telle façon que la somme des produits des chemins parcourus en transportant chaque parcelle sur celle qui lui correspond, par le volume de la parcelle transportée, soit un minimum. »

Monge donne les noms de *déblai* et de *remblai* aux volumes qu'il considère, sans prétendre traiter une question relative à l'art de l'ingénieur. Il suppose que les parcelles sont transportées sur des lignes droites et il résout un problème de géométrie pure, qui le conduit à une de ses plus belles découvertes.

Depuis Monge et Dupin, les géomètres ne paraissent pas être revenus sur la question des déblais et remblais jusqu'en 1884, époque à laquelle l'Académie des Sciences proposa, comme sujet de concours pour le prix Bordin, de reprendre le problème de Monge, d'établir les principes qui peuvent conduire à la solution et de poursuivre jusqu'au bout la solution de cas particuliers.

On sait que le *Mémorial des Sciences mathématiques* est placé sous le patronage de l'Académie des Sciences; il est imprimé par la maison Gauthier-Villars dont l'éloge n'est plus à faire. La maison Gauthier-Villars imprime en même temps un *Mémorial* pour les *Sciences physiques*.

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie du Tome II, *Pratique*, de son Ouvrage intitulé : *Trempe, Recuit, Revenu. Traité théorique et pratique*. (I : *Théorie*. — II : *Pratique*. — III : *Résultats*).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de M. Lorentz, décédé.

M. Edmund Wilson obtient	46	suffrages
M. Amé Pictet »	4	»
M. Ramon Cajal »	2	»

M. **Edmund Wilson**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

Par l'unanimité de 45 suffrages, M. **Frédéric Swarts** est élu Correspondant pour la Section de Chimie.

Par l'unanimité des 24 suffrages, MM. **H. Deslandres** et **H. Le Chatelier** sont réélus membres du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique.

NOMINATIONS.

MM. **Fernand** et **Lucien d'Azambuja**, **H. Grouiller**, **Armand Lambert**, **Jean Mascart** sont adjoints à la délégation française à la troisième Assemblée générale de l'Union astronomique internationale qui se tiendra à Leyde du 5 au 13 juillet 1928.

M. **Georges Perrier** est adjoint à la délégation au *Conseil international de recherches* pour la session qui se tiendra à Bruxelles les 13 et 14 juillet prochains.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à une place d'Astronome titulaire à l'Observatoire de Paris, M. *P. Fatou* est désigné en première ligne par 34 suffrages contre 12 à M. *A. Lambert.*

Pour la seconde ligne, M. *A. Lambert* est désigné par l'unanimité de 44 suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne.................. M. **Paul Fatou**.
En seconde ligne.................. M. **Armand Lambert**.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire d'Embryologie comparée du Collège de France, M. *E. Fauré-Fremiet* est désigné en première ligne par 36 suffrages contre 4 à M. *R. Legendre*.

Pour la seconde ligne, M. *R. Legendre* est désigné par 26 suffrages. Il y a 3 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne. . . . . M. **Emmanuel Fauré-Fremiet.**
En seconde ligne . . . . M. **René Legendre.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

General Catalogue of Stellar Parallaxes, by Frank Schlesinger.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces isothermiques.* Note de M. R. Coenen.

1. Considérons une surface isothermique quelconque (S) et celle (S′) qui lui correspond, à une translation arbitraire près, par plans tangents parallèles. La première surface, rapportée à ses lignes de courbure, aura un élément linéaire réductible à la forme

$$ds^2 = \frac{1}{\Phi(u, v)}(du^2 + dv^2),$$

tandis que le ds^2 de (S′) sera donné par l'équation

$$ds'^2 = \Phi(u, v)(du^2 + dv^2).$$

La condition qui exprime que la correspondance envisagée réalise une représentation conforme de (S) sur (S′), se traduit par

$$ds'^2 = \Phi^2\, ds^2.$$

2. Appelons $\mathcal{G}_m$ et $\mathcal{G}'_m$ les courbures géodésiques moyennes respectives, en deux points homologues quelconques, de (S) et de (S′) (*Comptes rendus* du 11 avril); nous obtiendrons la relation remarquable

$$\mathcal{G}_m + \Phi(u, v) . \mathcal{G}'_m = 0. \qquad (1)$$

Elle montre que la fonction Φ caractéristique de chaque couple de surfaces

isothermiques est égale, au signe près, au quotient des courbures géodésiques moyennes des surfaces (S) et (S′) respectivement.

$\mathcal{G}_m$ et $\mathcal{G}'_m$ étant des éléments géodésiques, cette formule met en outre en évidence le caractère d'invariance de la fonction Φ pour toute déformation des deux surfaces.

Désignant par K et K′ les courbures totales respectives des mêmes surfaces, nous aurons encore

$$K\Phi^2 + K' = 0. \tag{2}$$

A partir de (1) et de (2), nous obtenons immédiatement

$$\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}'_m} = \pm\sqrt{\frac{-K'}{K}},$$

c'est-à-dire une relation entre les courbures géodésiques moyennes et les courbures totales, en deux points homologues quelconques P et P′.

Si les deux surfaces, en ces points, sont toutes deux convexes, le rapport de leurs courbures géodésiques moyennes sera imaginaire; il se présentera sous forme réelle si (S) et (S′) sont à courbures opposées.

En introduisant la formule d'Enneper pour la torsion τ_0 d'une asymptotique, on trouve encore

$$\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}'_m} = \pm i\frac{\tau_0}{\tau'_0},$$

où τ_0 est relative à (S) en P, et τ'_0 à (S′) en P′.

3. Si nous désignons par x, y, z les coordonnées rectangulaires du point M de (S) et que nous appliquions à cette surface une inversion de pôle $O(x_0, y_0, z_0)$, nous ferons correspondre à (S) une autre surface (S_0), isothermique elle aussi. Par de simples quadratures, nous pourrons d'ailleurs déduire de (S_0) une nouvelle surface isothermique (S'_0) (Bour). Leurs courbures géodésiques moyennes $G_{m,0}$ et $G'_{m,0}$ seront successivement

$$\mathcal{G}_{m,0} = OM^2.\mathcal{G}_m + \sqrt{\Phi}\left[\frac{\partial(OM)^2}{\partial v} - \frac{\partial(OM)^2}{\partial u}\right]$$

et

$$\mathcal{G}'_{m,0} = \frac{-\mathcal{G}_{m,0}}{\Phi[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2]^2}.$$

Elle fournissent la relation

$$\mathcal{G}_{m,0} + \Phi(u, v).OM^4.\mathcal{G}'_{m,0} = 0$$

que l'on rapprochera utilement de (1).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur le calcul différentiel absolu des congruences.* Note de M. G. VRANCEANU, présentée par M. Hadamard.

On sait que, étant donnée une variété riemannienne V_n, on peut toujours choisir dans cette variété un système de n congruences orthogonales. Le calcul différentiel absolu des congruences pour les variétés V_n consiste précisément à chercher les quantités qui sont des tenseurs par rapport aux changements orthogonaux de ces congruences.

Dans cette Note, je considère le problème général du Calcul différentiel absolu des congruences, en faisant voir qu'après ce calcul la géométrie de Riemann est une géométrie de Klein.

Soit un système de n vecteurs indépendants (fonctions des variables x_1, x_2, $\ldots$, x_n), déterminé par les composantes contrevariantes λ_h^i de ces vecteurs. Les courbes qui sont tangentes en chaque point à ces vecteurs seront appelées les congruences λ. Désignons par $\lambda h/i$ les réciproques (quantités covariantes) du déterminant $\|\lambda_h^i\|$ et considérons les expressions

$$(1) \qquad a_{ij} = \sum_{1}^{n}{}_h \lambda_{h/i}\lambda_{h/j},$$

qui forment évidemment un tenseur covariant du second ordre. Les a_{ij} seront pour nous les coefficients de la métrique relative aux congruences λ. Par rapport à cette symétrie nous pouvons former les symboles de Christoffel, les symboles de Riemann, les coefficients de rotation de Ricci de ces congruences, les coefficients à quatre indices de Ricci, etc.

Supposons maintenant qu'on remplace les vecteurs λ par d'autres vecteurs $\bar{\lambda}$, au moyen d'une transformation linéaire de la forme

$$(2) \qquad \bar{\lambda}_{h/i} = \sum_{1}^{n}{}_\alpha C_h^\alpha \lambda_{\alpha/i} \qquad (h = 1, \ldots, n),$$

où les C_h^α sont des fonctions des variables x, à déterminant différent de zéro. Soit $\bar{a}_{ij}$ la métrique relative aux congruences $\bar{\lambda}$, qui sera en général différente de la métrique relative aux λ et désignons par des quantités barrées les symboles de Christoffel, de Riemann, etc., relativement à cette métrique. Cela dit, on trouve que les C_h^α satisfont aux équations différen-

tielles suivantes :

$$(3)\qquad \frac{dC_h^k}{ds_l}=\sum_{j}^{n}{}_1\frac{dC_h^k}{dx_j}\lambda_l^j=\sum_{\alpha\beta}^{n}{}_1\overline{\gamma}_{h\alpha\beta}C_\alpha^k C_\beta^l-\sum_{\alpha}^{n}{}_1 C_h^\alpha\gamma_{\alpha kl}+\sum_{\alpha}^{n}{}_1 C_h^\alpha\varepsilon_{kl}^\alpha,$$

où les λ_{hkl} sont les coefficients de rotation de Ricci et les ε_{kl}^α sont données par les formules

$$(4)\qquad \varepsilon_{kl}^q=\sum_{ijr}^{n}{}_1\left(\overline{\left\{\begin{matrix} ij \\ r\end{matrix}\right\}}-\left\{\begin{matrix} ij \\ r\end{matrix}\right\}\right)\lambda_{\alpha/r}\lambda_k^i\lambda_l^j,$$

les $\left\{\begin{matrix} ij \\ r\end{matrix}\right\}$ étant les symboles de Christoffel de seconde espèce.

La différence de ces symboles étant un tenseur du troisième ordre, les ε_{kl}^α sont des invariants aux changements des variables x, et il est intéressant à remarquer que ces quantités dépendent en même temps tant des congruences λ que des $\overline{\lambda}$.

On trouve de même que les coefficients de Ricci à quatre indices sont liés par les formules

$$(5)\qquad \sum_{\alpha,ab}^{n}{}_1\overline{\gamma}_{h\alpha,ab}C_\alpha^k C_a^l C_b^r-\sum_1^n C_h^\alpha\gamma_{\alpha k,lr}+\sum_1^n C_h^\alpha R_{\alpha k,lr}=0,$$

où les quantités R ont les expressions

$$(6)\qquad R_{\alpha k,lr}=\frac{d\varepsilon_{kl}^\alpha}{ds_r}-\frac{d\varepsilon_{kr}^\alpha}{ds_l}+\sum_{p}^{n}{}_1(\varepsilon_{pr}^\alpha\varepsilon_{kl}^p-\varepsilon_{pl}^\alpha\varepsilon_{kr}^p).$$

Si les coefficients C_h^α de la transformation (2) sont les coefficients d'une transformation orthogonale, et seulement dans ce cas, la métrique (1) reste invariante, c'est-à-dire que l'on a

$$(7)\qquad \overline{a}_{ij}=a_{ij},\qquad \varepsilon_{kl}^\alpha=R_{\alpha k,lr}=0,$$

et nous retrouvons dans les formules (3) et (5) les formules connues de la géométrie riemannienne. Par conséquent nous pouvons énoncer le résultat suivant :

Étant donné un système quelconque de n congruences indépendantes, au groupe de transformations orthogonales de ces congruences, correspond une géométrie de Riemann et inversement.

Si au groupe de transformations orthogonales nous ajoutons le groupe des dilatations

$$(8)\qquad \lambda_{h/i}=\sigma\lambda_{h/i},$$

où σ est une fonction quelconque des x, nous avons le groupe de la géométrie conforme. Dans cette géométrie les $\gamma_{hk,lr}$ ne sont plus des tenseurs dans le sens habituel. Le groupe orthogonal et le groupe des dilatations sont des groupes qui ne dépendent du système de congruence choisi. Il existe des groupes qui dépendent des congruences λ et il semble que parmi ces groupes soient encore les groupes des géométries à connexion affine.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les conditions d'unicité d'une solution des équations différentielles ordinaires.* Note (¹) de M. **Alfred Rosenblatt**, transmise par M. Hadamard.

J'ai publié, en 1908, dans le tome V des *Arkiv för Matematik och Fysik* une Note sur l'existence des intégrales des équations différentielles ordinaires, dans laquelle j'ai démontré l'unicité de la solution de l'équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{1}$$

égale à zéro pour $x = 0$, si $f(x, y)$ continu satisfait à l'inégalité

$$\left|\frac{f(x, y_2) - f(x, y_1)}{y_2 - y_1}\right| \leqq \frac{k}{|x|} \qquad (k < 1). \tag{2}$$

J'avais donné deux démonstrations, une qui se servait de la méthode des approximations successives de M. Picard et une autre basée sur le remplacement de l'équation (1) par l'équation

$$\frac{dz}{dx} = \Theta(x)\frac{z}{x}, \qquad z = y_2 - y_1. \tag{3}$$

C'est de cette dernière méthode que se servit en 1926 M. Nagumo (²) pour retrouver mon théorème avec la généralisation facile consistant à remplacer (2) par l'inégalité

$$\frac{1}{x}\,\frac{f(x, y_2) - f(x, y_1)}{y_2 - y_1} \leqq 1.$$

(¹) Séance du 30 mai 1928.

(²) *Eine hinreichende Bedingung für die Unität der Lösungen von Differentialgleichungen erster Ordnung* (*The Japanese Journal of Mathematics*, 3, 1926, p. 17).

En revenant à mes recherches, je voudrais indiquer quelques généralisations faciles de ces résultats.

1. Il *suffit* pour l'unicité que l'on ait

$$\int_0^x |\Theta(u)|\,du \leqq x, \tag{4}$$

Θ étant convenablement défini aux points où $z = 0$, et l'intégrale étant supposée existante, ce que l'on établit immédiatement en envisageant la formule

$$\frac{z}{x} = \frac{1}{x}\int_0^x \Theta(u)\frac{z(u)}{u}\,du.$$

Par exemple, on peut avoir

$$\Theta(x) = \frac{A}{e+1}\, e^{\sin\frac{1}{x}} \qquad (0 < A < 2). \tag{5}$$

Il *suffit* aussi que l'on ait l'inégalité (2) avec

$$\frac{1}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right] \qquad (\varepsilon > 0) \tag{6}$$

au second membre, mais il ne suffit pas que l'on ait cette inégalité avec $\varepsilon = 0$.

{ $f(x, y)$ égal à

$$\frac{y}{x}\left[1 + \frac{1}{\log\frac{1}{x}}\right]$$

pour $0 \leqq y \leqq x\dfrac{1}{\log\frac{1}{x}}$, égal à $\dfrac{1}{\log\frac{1}{x}}\left[1 + \dfrac{1}{\log\frac{1}{x}}\right]$ pour $y \geqq x\dfrac{1}{\log\frac{1}{x}}$, à zéro pour $y \leqq 0$ }.

2. En composant ces deux conditions, supposons que l'on ait

$$\frac{f(x, y_2) - f(x, y_1)}{y_2 - y_1} \leqq \frac{\Theta(x)}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right] \qquad (\varepsilon > 0). \tag{7}$$

$|\Theta(x)|$ intégrable dans o, x et soit

$$\int_0^x |\Theta(u)|\, du \leqq x. \tag{8}$$

Comparons l'équation (1) à l'équation

$$\frac{d\bar{z}}{dx} = \frac{\bar{z}}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log \frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right], \tag{9}$$

en supposant $z(x_0) = \bar{z}(x_0) > 0$. On a, pour $0 < x < x_0$,

$$\frac{\bar{z}}{z} = e^{\int_x^{x_0} [\Theta(u) - 1]\frac{1}{u}\left[1 + \frac{1}{\left(\log \frac{1}{u}\right)^{\varepsilon+1}}\right] du}. \tag{10}$$

En appliquant à l'intégrale dans l'exposant la formule de O. Bonnet, on parvient à l'inégalité

$$\frac{\bar{z}}{z} \leq e^{\frac{1}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log \frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right]\left[\int_x^{\xi} |\Theta(u)|\, du - (\xi - x)\right]},$$

donc à une contradiction puisque l'on a

$$\lim_{x=0} \frac{\bar{z}}{z} = +\infty.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les suites des fonctions holomorphes.* Note de M. **Miécislas Biernacki**, présentée par M. Hadamard.

Je considère une suite des fonctions $\{f_n(z)\}$ qui sont holomorphes dans un domaine D et y tendent uniformément vers l'infini avec n. Δ est un domaine fermé quelconque complètement intérieur à D, Δ' un domaine fermé intérieur à D mais contenant Δ à son intérieur et z_0 l'affixe d'un point quelconque de Δ. Je rappellerai d'abord brièvement certains résultats intéressants indiqués par M. Mandelbrojt dans deux Notes récentes [1] :

z étant l'affixe d'un point de Δ et la détermination de logarithme étant

[1] *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1098 et 1248.

choisie convenablement, on a, dès que n est assez grand,

$$(1') \qquad 0 < \frac{1}{\alpha} < \frac{\log|f_n(z)|}{\log|f_n(z_0)|} < \alpha,$$

$$(1) \qquad 0 < \alpha_0 < \frac{|\log f_n(z)|}{\log|f_n(z_0)|} < \beta_0,$$

α_0, β_0, α (de même que plus tard α_s, β_s) désignent des constantes indépendantes de n.

Il résulte de ($1'$) que de toute suite partielle des $f_n(z)$ on peut extraire une autre telle que $\frac{\log|f_n(z)|}{\log|f_n(z_0)|}$ tend uniformément dans Δ vers une fonction harmonique limite. L'ensemble de ces fonctions limites est dit le noyau de la suite $\{f_n(z)\}$. Si le noyau ne contient pas la constante un et si les $f'_n(z)$ ne s'annulent pas dans D on a dans Δ, en posant

$$\varphi_{s,n}(z) = \frac{f_n^{(s)}(z)}{f_n(z)[\log|f_n(z_0)|]^s}$$

et dès que $n > n_s$,

$$(2) \qquad 0 < \alpha_s < |\varphi_{s,n}(z)| < \beta_s \qquad (s = 1, 2, 3, \ldots).$$

Les dérivées successives $f_n^{(s)}(z)$ ne s'annulent pas dans D et leurs noyaux sont les mêmes que celui des $f_n(z)$.

Je me propose d'établir quelques propositions qui se rattachent à celles de la deuxième Note citée de M. Mandelbrojt.

THÉORÈME I. — *Si le noyau de la suite $\{f_n(z)\}$ ne contient pas la constante un et si les $f'_n(z)$ ne s'annulent pas dans* D, *on a*

$$(3) \qquad f_n^{(s)}(z) = [1 + \varepsilon_{n,s}(z)] \frac{[f'_n(z)]^s}{[f_n(z)]^{s-1}} \qquad (s = 1, 2, \ldots),$$

où $\varepsilon_{n,s}(z) \to 0$ avec $\frac{1}{n}$, uniformément dans Δ.

Il suffit d'établir que dans les égalités

$$(3') \qquad \frac{f_n^{(s)}(z)}{f_n^{(s-1)}(z)} = [1 + \eta_{n,s}(z)] \frac{f'_n(z)}{f_n(z)} \qquad (s = 2, 3, \ldots),$$

$\eta_{n,s}(z) \to 0$ avec $\frac{1}{n}$, uniformément dans Δ ou, en d'autres termes, que *le rapport des dérivées logarithmiques des dérivées successives tend vers un*. Considérons l'identité

$$(4) \qquad \varphi_{s,n}(z) = \varphi_{1,n}(z)\,\varphi_{s-1,n}(z) + \frac{\varphi'_{s-1,n}(z)}{\log|f_n(z_0)|}.$$

Les inégalités analogues aux (2) relatives au domaine Δ' montrent que le premier terme du second membre de (4) reste, dans Δ, supérieur en module à un nombre fixe tandis que le deuxième terme de ce membre y tend uniformément vers zéro.

Théorème II. — *Si le noyau de la suite $\{f_n(z)\}$ ne contient pas la constante un et si tous les zéros des $f'_n(z)$ dont N_n se trouvent à l'intérieur de Δ restent à une distance supérieure à un nombre fixe de la frontière de Δ, ce domaine contient exactement sN_n zéros de $f_n^{(s)}(z)$ dès que $n > n'_s$.*

C'est une conséquence immédiate de (3) appliquée aux points de la frontière de Δ.

Théorème III. — *Si le noyau de la suite $\{f_n(z)\}$ ne contient pas la constante un, le nombre de zéros de $f_n^{(s)}(z)$ dans Δ ne dépasse pas un nombre fixe* [1].

Considérons d'abord le cas de $s=1$. Si le nombre N_n de zéros de $f'_n(z)$ dans Δ n'était pas borné, on pourrait supposer que $\lim\limits_{n=\infty} N_n = \infty$ et, d'après (1), que $\psi_n(z) = \dfrac{\log f_n(z)}{\log|f_n(z_0)|}$ tend uniformément dans Δ' vers une fonction holomorphe $\psi(z)$ ne se réduisant pas à une constante. $\psi'_n(z)$ tendrait donc uniformément vers $\psi'(z)$ dans un domaine contenant Δ à son intérieur et le nombre N_n serait borné, contrairement à l'hypothèse. Si le théorème était inexact pour un $s>1$, on pourrait supposer que le nombre de zéros des $f_n^{(s)}(z)$ dans Δ augmente indéfiniment avec n et que $f'_n(z)$ ait dans Δ' un nombre fixe q de zéros s'accumulant vers q points déterminés de Δ'. Ceci est en contradiction avec le théorème II. Il résulte de cette proposition et de (2) que *la famille $f_n^{(s)}(z)$ est quasi normale dans* D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation intégro-différentielle.* Note [2] de M. V.-A. Kostitzin, transmise par M. Hadamard.

1. Nous allons résoudre, sous forme trigonométrique utile au point de vue des applications, l'équation intégro-différentielle linéaire

$$(1)\qquad \sum_{k=0}^{n} \alpha_k z^{(k)}(x) = f(x) + \lambda \sum_{k=0}^{n} \beta_k \int_0^{2\pi} z^{(k)}(y)\, k(y-x)\, dy$$

---

[1] Ce nombre fixe peut dépendre de D, Δ, s et de la suite considérée.

[2] Séance du 21 mai 1928.

(k étant continue et périodique). Multipliant par $e^{ip(u-x)}\,dx$, il vient

$$\sum_{k=0}^{n}[\alpha_k - \lambda\beta_k\tau(ip)]\int_0^{2\pi} z^{(k)}(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx = \int_0^{2\pi} f(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx,$$

en désignant par $\tau(ip)$ l'intégrale $\int_0^{2\pi} k(t)\,e^{ipt}\,dt$. Posant

$$A(t) = \sum_{k=0}^{n}\alpha_k t^k, \qquad B(t) = \sum_{k=0}^{n}\beta_k t^k, \qquad C_{k+1} = z^{k}(2\pi) - z^{k}(0),$$

$$N(\lambda;\, ip) = A(ip) - \lambda B(ip)\tau(ip),$$

ceci s'écrit

$$(2) \qquad N(\lambda,\, ip)\int_0^{2\pi} z(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx$$
$$= \int_0^{2\pi} f(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx - e^{ipu}\sum_{k=1}^{n} C_k \sum_{s=k}^{n}(ip)^{s-k}[\alpha_s - \lambda\beta_s\tau(ip)].$$

Introduisons maintenant trois fonctions auxiliaires

$$\varphi(u) = \frac{1}{2\pi N(\lambda,\, 0)} + \sum_{p=1}^{\infty}\frac{e^{ipu}}{\pi N(\lambda,\, ip)},$$

$$\psi(u) = \frac{\lambda\tau(0)}{2\pi N(\lambda,\, 0)} + \sum_{p=1}^{\infty}\frac{\lambda\, e^{ipu}\,\tau(ip)}{\pi N(\lambda,\, ip)},$$

$$Z(u) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} z(x)\,dx + \frac{1}{\pi}\sum_{p=1}^{\infty}\int_0^{2\pi} z(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx.$$

Nous obtenons facilement l'expression de $Z(u)$

$$(3) \qquad Z(u) = \int_0^{2\pi} f(x)\,\varphi(u-x)\,dx - \sum_{k=1}^{n} C_k \sum_{s=k}^{n}[\alpha_s\,\varphi^{(s-k)}(u) - \beta_s\,\psi^{(s-k)}(u)].$$

La solution cherchée, partie réelle de $Z(u)$, dépend de n constantes arbitraires C.

2. Il existe des valeurs critiques de λ déterminées par

$$(4) \qquad N(\lambda;\, ip) = A(ip) - \lambda B(ip)\tau(iy) = 0.$$

Supposons tout d'abord $A(ip)$, $B(ip)$, $\tau(ip) \neq 0$. (2) montre que, dans ce cas, $f(x)$ et les C doivent vérifier la relation

$$(5) \qquad \int_0^{2\pi} f(x)\,e^{-ipx}\,dx = \sum_{k=1}^{n} C_k \sum_{s=k}^{n}(ip)^{s-k}[\alpha_s - \lambda\beta_s\tau(ip)].$$

La solution deviendra

$$(6) \quad Z(u) = \text{P. R.} \left\{ \int_0^{2\pi} f(x)\,\varphi(u-x)\,dx + \sum_{k=1}^{n} C_k Z_k(u) \right\} + D\cos px + E\sin px.$$

Supposons maintenant que l'on a simultanément

$$A(ip) = 0, \quad B(ip) = 0;$$

dans ce cas, la relation (5) nous permettra de déterminer la valeur critique λ, et le reste se passe comme dans le cas précédent. Pour

$$A(ip) = 0, \quad \sigma(ip) = 0,$$

la relation (5) prend la forme

$$\int_0^{2\pi} f(x)\,e^{-ipx}\,dx = \sum_{k=1}^{n} C_k \sum_{s=k}^{n} \alpha_s (ip)^{s-k},$$

et, si cette condition est remplie, on retrouvera (6), quel que soit λ.

3. Quelques cas particuliers intéressants : Tout d'abord, si tous les $\alpha_k = 0$, on a l'équation intégro-différentielle de première espèce

$$f(x) = \lambda \sum_{k=0}^{n} \beta_k \int_0^{2\pi} z^{(k)}(y)\,k(y-x)\,dy.$$

Pour $n > 0$, la série $\psi(u)$ converge; quant à la série $\varphi(u)$, sa convergence dépend de l'ordre de grandeur du produit $B(ip)\sigma(ip)$. Au contraire, si tous les $\beta_k = 0$, nous aurons l'équation différentielle

$$\sum_{k=0}^{n} a_k z^{(k)}(x) = f(x).$$

Dans ce cas $\psi(u) \equiv 0$.

4. Notre méthode nous permet d'obtenir aussi la solution de l'équation

$$\sum_{k=0}^{n} \alpha_k z^{(k)}(x) = f(x) + \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} k(y-x) \sum_{k=0}^{n} \beta_k z^{(k)}(y)\,dy.$$

Si la fonction $Z(u)$ et ses dérivées vérifient les conditions aux limites

$$z^{(k)}(\pm\infty) = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, n-1),$$

nous obtenons la solution sous la forme

$$Z(u) = \text{P.R.}\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{\varepsilon tu}\,dt\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\,e^{-itx}\,dx}{N(\lambda, it)}\right\}.$$

On suppose naturellement que la fonction $N(\lambda, it)$ n'a pas de zéros réels d'ordre $\geqq 1$. Sinon on doit supposer que l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,e^{-itx}\,dx$ a les mêmes zéros et que la fonction, sous le signe d'intégrale, reste intégrable.

Je veux encore remarquer que ma méthode permet de résoudre dans beaucoup de cas les équations intégro-différentielles d'ordre infini.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination de l'ordre de grandeur à l'origine de certaines séries trigonométriques* (¹). Note de M. **Raphaël Salem**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Nous dirons que deux fonctions $f(x)$, $\varphi(x)$ positives au voisinage d'un point (à droite ou à gauche) sont du même ordre de grandeur, et nous écrirons $f(x) \sim \varphi(x)$, si l'on a dans ce voisinage (le point lui-même étant exclu) :

$$(1)\qquad h\varphi(x) < f(x) < k\varphi(x),$$

h et k étant deux nombres fixes essentiellement positifs.

2. La fonction

$$f(x) = \sum_{1}^{\infty}\frac{\sin nx}{\psi(n)},$$

où $\psi(n)$ est une fonction positive, non décroissante de l'entier n, et infinie avec n, est continue, sauf peut-être pour $x = 0$.

a. Si $\psi(n+1) - \psi(n)$ n'est jamais croissante, $f(x)$ est infinie ou simplement discontinue au voisinage de l'origine, positive pour $x > 0$, et l'on

(¹) Certains auteurs (cf. W. H. Young, *Proceedings London Math. Soc.*, **12**, 1913, p. 433) ont limité supérieurement les *valeurs absolues* de séries trigonométriques où les coefficients ont des formes particulières. Notre problème est différent : il consiste à déterminer les ordres de grandeur, définis au paragraphe 1.

a dans ce voisinage

(2) $$f(x) \sim \frac{1}{x\psi\left(\frac{1}{x}\right)},$$

$\psi(z)$ étant une fonction définie pour toute valeur de $z > 0$, assujettie à n'être jamais décroissante, à devenir infinie avec z, à être égale à $\psi(n)$ pour $z = n$ entier, et à avoir une dérivée jamais croissante. Je le démontre pour les valeurs infinitésimales de x de la forme $\frac{\pi}{2p}$, p étant entier; puis j'étends aux valeurs infinitésimales quelconques de x en considérant les séries auxiliaires obtenues en multipliant une ou deux fois la série donnée par $2\sin\frac{x}{2}$.

b. Si $\psi(n+1) - \psi(n)$ n'est jamais décroissante ([1]), $f(x)$ est continue, ou simplement discontinue à l'origine, positive pour $x > 0$, et l'on a dans le voisinage

(3) $$f(x) \sim x\int_1^{\frac{1}{x}} \frac{t}{\psi(t)}\,dt.$$

Le procédé de démonstration et la définition de $\psi(t)$ sont analogues.

c. Le cas particulier de la discontinuité de première espèce a lieu si la fonction $\frac{\psi(n)}{n}$, forcément monotone dans nos hypothèses, tend vers une limite $\lambda > 0$ pour $n = \infty$. Dans ce cas,

$$f(+0) - f(-0) = \frac{\pi}{\lambda}.$$

3. Je considère maintenant la série

$$F(x) = \sum_1^\infty \frac{\cos nx}{\psi(n)},$$

$\psi(n)$ étant positive et infinie avec n.

a. Si la série $\sum \frac{1}{\psi(n)}$ est divergente, je suppose les deux fonctions

$$\frac{1}{\psi(n)} - \frac{1}{\psi(n+1)} \quad \text{et} \quad n\left[\frac{1}{\psi(n)} - \frac{1}{\psi(n+1)}\right],$$

positives et jamais croissantes, et je montre que $F(x)$, continue partout

---

([1]) Ou même seulement si $\frac{\psi(n)}{n}$ n'est jamais décroissante.

sauf à l'origine, est infinie et positive au voisinage de ce point et que l'on a

$$(4) \qquad F(x) \sim \int^{\left|\frac{1}{x}\right|} t\left[\frac{1}{\psi(t)} - \frac{1}{\psi(t+1)}\right] dt,$$

$\psi(t)$ se définissant pour toute valeur de t d'une manière analogue à celle indiquée plus haut.

b. Si la série $\sum \frac{1}{\psi(n)}$ est convergente, $F(x)$ est partout continue, et je détermine l'ordre infinitésimal de $F(0) - F(x)$ pour x voisin de zéro, en supposant que $\frac{\psi(n)}{n}$ ne soit jamais décroissante. Alors :

Si $\frac{\psi(n+1)}{n+1} - \frac{\psi(n)}{n}$ n'est jamais croissante, on a

$$(5) \qquad F(0) - F(x) \sim \int_{\left|\frac{1}{x}\right|}^{\infty} \frac{dt}{\psi(t)};$$

Si $\frac{\psi(n+1)}{n+1} - \frac{\psi(n)}{n}$ n'est jamais décroissante [1], on a

$$(6) \qquad F(0) - F(x) \sim \int_{\left|\frac{1}{x}\right|}^{\infty} \frac{du}{u^3} \int_1^u \frac{t^2}{\psi(t)} dt.$$

Dans le cas particulier où la fonction $\frac{\psi(n)}{n^2}$, nécessairement monotone dans nos hypothèses, tend vers une limite positive pour $n = \infty$, les formules (5) et (6) conduisent au même résultat :

$$F(0) - F(x) \sim x.$$

4. Incidemment je montre que f et F ont, dans les cas considérés, une dérivée continue en tout point non congru à zéro.

D'autre part, quand f ou F deviennent infinies, l'examen de leurs ordres de grandeur permet de décider si elles sont sommables au sens de M. Lebesgue, ou intégrables au sens de Riemann, et par suite si les séries données sont, ou non, soit des séries de Fourier, soit des séries de Fourier généralisées (Lebesgue). On retrouve ainsi directement certains résultats déjà connus.

---

[1] Ou même seulement si $\frac{\psi(n)}{n^2}$ n'est jamais décroissante.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Pseudo-dérivée d'une fonction.*
Note de M. **André Roussel**, présentée par M. Goursat.

Je dis que $F(x)$ admet $f(x)$ comme *pseudo-dérivée* par rapport à la *fonction d'intervalle* $\varphi(\delta)$, si les conditions suivantes sont satisfaites (on suppose $0 \leqq x \leqq 1$) :

1° A tout ε positif on peut faire correspondre n couples de valeurs de x : (x_1, x'_1), ..., (x_n, x'_n), de façon que l'on ait, en posant $\delta_i = (x_i, x'_i)$,

$$\left| \frac{F(x'_i) - F(x_i)}{\varphi(\delta_i)} - f(x_i) \right| < \varepsilon \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

2° Quand ε tend vers zéro, $\frac{1}{n}$ et $\max|\delta_i|$ tendent vers zéro.

3° A toute division de $(0, 1)$ en intervalles partiels, on peut associer un ε tel que dans chaque intervalle il y ait un x_i.

Plus brièvement : le rapport de $F(x+h) - F(x)$ à $\varphi(h)$ pourra être rendu aussi peu différent de $f(x)$ qu'on le voudra, en des points dont la répartition sur $(0, 1)$ tend à devenir uniforme, et le nombre infiniment grand.

1. *Si l'on a, quel que soit l'intervalle h,*

$$|F(x+h) - F(x)| < M\,|\varphi(h)| \qquad (M = \text{const.}),$$

$F(x)$ *admet par rapport à* φ *une pseudo-dérivée bornée et mesurable.* Soient une division de $(0, 1)$ en n intervalles (x_i, x_{i+1}), et $g_n(x)$ la fonction qui, pour $x_i \leqq x < x_{i+1}$, est égale au rapport de $F(x_{i+1}) - F(x_i)$ à $\varphi(x_{i+1} - x_i)$. L'ensemble de toutes les $g(x)$ admet au moins une fonction de *pseudo-accumulation* [1] $f(x)$ qui est la pseudo-dérivée cherchée.

2. Alors que, sauf des cas particuliers, il n'y a pas de fonctions admettant une dérivée continue par rapport à une *fonction d'intervalle donnée* $\varphi(\delta)$, on peut définir des classes très étendues de fonctions à pseudo-dérivées continues. A toute fonction $f(x)$ on peut associer une fonction $F(x)$ ayant $f(x)$ pour pseudo-dérivée par rapport à $\varphi(\delta)$.

3. Dans le cas particulier où $\varphi(\delta) \equiv \psi(x_2) - \psi(x_1)$, avec $\delta = (x_1, x_2)$, et ψ étant une fonction continue dont le rapport incrémental oscille de $-\infty$ à $+\infty$, on peut associer à une fonction continue arbitraire $f(x)$ une $F(x)$

---

(1) Voir A. Roussel, *Recherches sur le Calcul des Variations* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 5, IV, 1926, p. 410).

ayant f pour dérivée par rapport à ψ quand l'accroissement de x tend vers zéro par valeurs particulières. Soit $\Phi(u, v)$ la primitive par rapport à v de $f\left(\frac{u}{v}\right)$. La fonction obtenue en remplaçant respectivement u et v par $x\psi(x)$ et $\psi(x)$ dans $\Phi(u, v)$ admet, en chaque point x_0, $f(x)$ comme dérivée par rapport à ψ, quand les x_i qui tendent vers x_0 satisfont à la condition

$$u(x_i) = u(x_0).$$

4. On peut donner des critères assurant la continuité de la pseudo-dérivée. En particulier, *si les deux conditions*

$$|F(x+h) - F(x)| < M|\varphi(h)|,$$
$$|F(x+k+h) - F(x+k) - F(x+h) + F(x)| < \varepsilon|\varphi(h)|,$$

où M *est une constante*, ε *une quantité infiniment petite avec* $|h| + |k|$, *sont vérifiées*, $F(x)$ *admet une pseudo-dérivée continue par rapport à* φ. On le démontre en établissant que les $g(x)$ définies au paragraphe 1 ont une fonction d'accumulation continue. Faisons, par exemple, $\varphi(h) = h^\alpha$. Pour $\alpha = 1$, on obtient un théorème connu, exprimant la continuité de la dérivée de F. Si $\alpha \neq 1$, la proposition précédente, généralisation immédiate de ce théorème, signifie que $F(x)$, qui ne peut pas avoir de dérivée continue par rapport à h^α, admet cependant une pseudo-dérivée continue. Ce cas met bien en évidence le caractère naturel de la notion de pseudo-dérivée.

On peut étendre ces considérations aux fonctions de plusieurs variables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions de carré sommable le long des contours de leurs domaines d'holomorphisme.* Note [1] de M. **Alexandre Ghika**, présentée par M. Goursat.

1. Soient D un domaine, à distance finie, limité par une ou plusieurs courbes analytiques fermées (à points réguliers) de contour total C, et D′ son domaine complémentaire par rapport au plan, le contour C étant exclu. Soient aussi C_n et C'_n deux suites de courbes analytiques fermées (à points réguliers) respectivement de D et de D′ qui tendent à se confondre avec C de façon à couvrir le contour C entièrement.

Appelons $\Omega(C)$ l'ensemble de toutes les fonctions f :

[1] Séance du 14 mai 1928.

1° Holomorphes dans le domaine ouvert D.

2° Telles que z étant un point de C et x un point de D la différence $f(z)-f(x)$ tende vers zéro avec $z-x$ sauf pour un ensemble de points E de C de mesure nulle.

3° Telles que I étant une famille d'intervalles de C contenant l'ensemble E et I_n la famille d'intervalles correspondant sur C_n, on ait

$$\int_{I_n} |f(x_n)|^2 ds_n < \varepsilon \quad \text{avec } m(I) < \eta \qquad (ds_n = |dx_n|),$$

$m(I)$ désignant la mesure des intervalles I (c'est-à-dire indépendamment de n).

Appelons aussi $\Omega'(C)$ l'ensemble de toutes les fonctions f, nulles à l'infini, et ayant les mêmes propriétés que les fonctions précédentes sauf qu'on a remplacé D par D' et C_n par C'_n.

THÉORÈME. — *$f(z)$ et $g(z)$ étant deux fonctions quelconques, toutes les deux de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$, on a*

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)g(z)}{z-x}dz = \begin{matrix} f(x)g(x) & \text{pour } x \text{ dans H}, \\ 0 & \text{pour } x \text{ dans H}', \end{matrix}$$

H étant respectivement identique à D ou à D' et H' à D' ou à D et l'intégrale étant prise dans le sens direct relativement à la normale intérieure à H.

Le théorème de M. Weyl [1] nous a permis d'énoncer la proposition suivante :

Étant donnée une suite de fonctions $f_n(z)$ de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$ convergeant en moyenne le long de C, c'est-à-dire telle que

$$\lim_{n,m=\infty} \int_C |f_n(z)-f_m(z)|^2 ds = 0 \qquad (ds = |dz|),$$

il existe une infinité de suites partielles $f_{n_p}(z)$ contenue dans la suite donnée qui convergent uniformément en général le long de C, vers une fonction $f(z)$ respectivement de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$, unique à un ensemble de points C de mesure nulle près. De plus les suites $f_n(x)$ et $f_n^{(q)}(x)$ convergent uniformément dans le domaine ouvert H respectivement vers $f(x)$ et $f^{(q)}(x)$.

THÉORÈME. — *Toute fonction $F(z)$, de carré sommable le long de C, est égale le long de C à la somme d'une fonction $f_0(z)$ de $\Omega(C)$ et d'une fonction $f_1(z)$ de $\Omega'(C)$, uniques à un ensemble de points de C de mesure*

---

[1] H. WEYL, *Mathematische Annalen*, 67, 1909, p. 243.

nulle près :

$$F(z) = f_0(z) + f_1(z).$$

2. Une suite de fonctions $\varphi_n(z)$ de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$ forme un système orthogonal et normal si l'on a

$$\int_C \varphi_n(z)\,\overline{\varphi_m(z)}\,ds = \begin{matrix} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{matrix} \quad (n, m = 0, 1, 2, \ldots, +\infty),$$

$\overline{\varphi_m(z)}$ désignant la quantité imaginaire conjuguée de $\varphi_m(z)$.

Théorème. — *Pour que le système $\varphi_n(z)$ soit fermé par rapport aux fonctions de l'ensemble dont il fait partie, il faut et il suffit que l'on ait*

$$\frac{1}{z - x} = \sum_{n=0}^{+\infty} \varphi_n(z) \int_C \frac{\overline{\varphi_n(z)}}{z - x}\,ds,$$

la série devant converger uniformément pour z dans le domaine ouvert H *et pour x dans le domaine ouvert* H'.

Le système étant non fermé, *ce théorème permet de résoudre facilement le problème de la fermeture* (en procédant de proche en proche). L'application du procédé bien connu *d'orthogonalisation* d'une suite, appliqué à des suites de la forme $(z - a_i)^n$, $\frac{1}{(z - a_i)^{n+1}}$, nous a permis de déterminer *des systèmes orthogonaux et normaux fermés, $\varphi_n(z)$ étant la somme d'un nombre fini de polynomes en $z - a_i$ et $\frac{1}{z - a_i}$.* Comme cas particulier, on retrouve les séries de Laurent et de Taylor.

Il résulte que *toute fonction de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$ est développable en série de pareilles fonctions* [appartenant respectivement à $\Omega(C)$ ou à $\Omega'(C)$ et ne dépendant que du contour C] *qui est uniformément convergente dans le domaine ouvert* H *et uniformément convergente en général le long de* C.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la convergence de la série* $\sum_{r=0}^{\infty} \begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix} z^r$.

Note de M. R. Tambs Lyche, présentée par M. Émile Borel.

Pour les recherches sur l'itération d'une fonction holomorphe, j'ai trouvé important d'étudier de près la quantité [1]

$$(1) \qquad \begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix} = \frac{(s^x - 1)(s^{x-1} - 1)\ldots(s^{x-r+1} - 1)}{(s - 1)(s_2 - 1)\ldots(s^r - 1)},$$

(1) *Bull. Soc. math. de France*, 55, 1927, p. 102-113.

surtout dans le cas exceptionnel où le « multiplicateur » s a la forme $s = e^{i\alpha}$, α étant une quantité réelle non commensurable à π (et que nous supposerons contenue entre o et 2π). Il s'agit tout d'abord de trouver une borne supérieure pour le module de la quantité (1); or on a immédiatement

$$\left|\begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix}\right| < \frac{(|s^x| + 1)^r}{\pi_r}$$

en désignant par π_r le produit

$$\pi_r = |(s-1)(s_2-1)\ldots(s^r-1)|.$$

Si, par conséquent, il existe une quantité positive A telle qu'on ait, quel que soit r,

$$\pi_r > A^r, \tag{2}$$

la série

$$\sum_{r=0}^{\infty}\begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix} z^r \tag{3}$$

converge dans le cercle $|z| < A(|s^x| + 1)$ $\left(|z| < \frac{A}{2} \text{ pour } x \text{ réel}\right)$.

Or on constate sans peine que l'inégalité (2) n'a pas lieu pour toutes les valeurs de α en question [1]; je vais donc donner dans ce qui suit la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une quantité A remplissant la condition (2). Soit pour cela

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \rho = \frac{1|}{|a_1} + \frac{1|}{|a_2} + \frac{1|}{|a_3} + \ldots$$

le développement en fraction continue du rapport $\frac{\alpha}{2\pi}$ et posons

$$\frac{P_n}{Q_n} = \frac{1|}{|a_1} + \frac{1|}{|a_2} + \ldots + \frac{1|}{|a_n}; \qquad \rho_n = \frac{1|}{|a_{n+1}} + \frac{1|}{|a_{n+2}} + \ldots.$$

Nous dirons que l'entier $r \geqq 0$ est *d'ordre n par rapport à* ρ si

$$r = \alpha_0 Q_0 + \alpha_1 Q_1 + \ldots + \alpha_n Q_n \qquad (Q_0 = 1), \tag{4}$$

où les $\alpha_0, \ldots, \alpha_n$ sont des entiers non négatifs satisfaisant aux conditions

$$\alpha_0 < a_1, \qquad \alpha_i \leqq a_{i+1}, \qquad \alpha_{i-1} = 0 \quad \text{si } \alpha_i = a_{i+1} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

---

(1) H. CREMER, *Zum Zentrum problem* (*Math. Annalen*, 98, 1927, p. 151-163, en particulier, p. 155).

La représentation (4) de r est toujours possible et unique. Désignons encore par p_r le reste minimum, module 1, de $r\rho$ et par E_n l'ensemble de tous les points p_r tels que r soit d'ordre n. *La distance de deux points consécutifs de* E_n *est au moins égale à* ρ'_n *et au plus égale à* $\rho'_n + \rho'_{n+1}$ où

$$\rho'_n = (Q_{n+1} + Q_n \rho_{n+1})^{-1}.$$

On en tire une borne supérieure du nombre des points $p_0, p_1, \ldots, p_r$ tombant dans un intervalle de longueur donnée contenu dans le segment $\left[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right]$. En divisant ce segment en 2ν segments égaux, où 2ν est égal à $\left[\frac{1}{\rho'_{n-1}}\right] + 1$ ou $\left[\frac{1}{\rho'_{n-1}}\right] + 2$ suivant les cas, on en tire l'inégalité suivante :

$$\pi_r = 2^r \prod_{k=1}^{r} |\sin k\pi\rho| > 2^r \left\{ \prod_{t=1}^{\nu-1} \sin \frac{t}{\nu} \frac{\pi}{2} \right\}^{4\alpha_n+2} \prod_{t=1}^{\alpha_n} \sin^2 t\pi\rho'_n$$

$$= 2^r \frac{\nu^{2\alpha_n+1}}{2^{(\nu+1)(4\alpha_n+2)}} \prod_{t=1}^{\alpha_n} \sin^2 t\pi\rho'_n,$$

d'après une formule bien connue; on tire de cela

$$\pi_r > C^r \left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}} \right)^{2\alpha_n},$$

où C est une quantité positive fixe. D'autre part,

$$\pi_r < 2^r \prod_{t=1}^{\alpha_n} \sin k\pi\rho'_n < D^r \left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}} \right)^{\alpha_n},$$

D étant une autre quantité positive. Supposons alors qu'il existe un $T > 0$ fixe, tel que l'on ait

$$a_{n+1} < T^{Q_n}.$$

On en tire

$$\left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}} \right)^{\frac{2\alpha_n}{Q_n}} \geq \left(\frac{1}{Q_{n+1}} \right)^{\frac{2}{Q_n}} > \frac{1}{T_1^2}$$

pour un $T_1 > 0$ convenable. Supposons qu'on ait au contraire

$$a_{n+1} > T_n^{Q_n},$$

où, pour une suite illimitée de valeurs de n, les T_n dépassent toute borne fixée d'avance; on trouvera alors pour une suite convenable de valeurs de r

(par exemple telles que $\alpha_n = 2$ constamment)

$$\left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}}\right)^{\frac{\alpha_n}{r}} < \left(\frac{2}{Q_{n+1}}\right)^{\frac{1}{2Q_n}} < 2^{\frac{1}{2Q_n}}\sqrt{\frac{1}{T'_n}},$$

les T'_n tendant vers l'infini. On aura donc ce résultat :

Pour qu'il existe une quantité positive Λ satisfaisant à l'inégalité (2), quel que soit r, il faut et il suffit qu'en posant

$$a_{n+1} = T_n^{Q_n},$$

les quantités positives T_n restent bornées pour toutes les valeurs de n.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la sommation de la série de Taylor sur le contour du polygone de sommabilité par la méthode de M. Borel.* Note (¹) de M. **Nikola Obrechkoff**, transmise par M. Émile Borel.

Soit $f(z)$ une fonction analytique, holomorphe autour de $z=0$ et donnée par la série de Taylor

$$(1) \qquad a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots.$$

On sait que cette série est sommable par la méthode de M. Borel dans un polygone G, et ne l'est pas en dehors de G. Nous démontrons la sommabilité de (1) sur le contour de G dans des cas assez étendus. Nous disons qu'un point singulier $a = re^{i\alpha}$ satisfait à la condition B, s'il existe un δ, $0 < \delta < 1$, tel que $f(z)$ étant holomorphe autour de a dans un angle

$$\alpha + \varepsilon \leqq \arg(z-a) \leqq \alpha + 2\pi - \varepsilon, \quad (\varepsilon > 0),$$

où $(z-a)^\delta f(z)$ est uniformément bornée.

I. *Soit Γ un côté du contour du polygone G qui passe par un point singulier $a = re^{i\alpha}$ satisfaisant à la condition B; soit $z = Re^{i\varphi}$ un point régulier sur Γ et qui n'est pas un sommet. La série (1) est sommable par la méthode de M. Borel pour z avec la somme $f(z)$.*

On sait que sur le cercle K de diamètre (o, z) il n'y a pas d'autres points singuliers que le point a. Soient K_1 une circonférence concentrique de K avec un rayon $R_1 > \frac{R}{2}$, et C un contour fermé contenant l'origine et

(¹) Séance du 4 juin 1928.

le point z et se composant des parties E et D. La partie E qui est autour du point a se compose des segments E_1, E_2, E_3, définis comme il suit : le segment E_1 est donné par $z - a = \rho e^{i\psi}$, $\psi = \alpha - \varepsilon$, pour $0 < \tau \leqq \rho \leqq d$, $a + de^{i(\alpha-\varepsilon)}$ étant un point sur K_1 ; E_2 est donné par $\rho = \tau$, $\varepsilon \leqq \psi - \alpha \leqq 2\pi - \varepsilon$, et enfin E_3 par $\tau \leqq \rho \leqq d_1$, $\psi = \alpha + \varepsilon$, $a + d_1 e^{i(\alpha+\varepsilon)}$ étant un point sur K_1. La partie D est un arc de K_1 tel que $\alpha + \varepsilon \leqq \psi \leqq 2\pi + \alpha - \varepsilon$. Si l'on désigne

$$S_n = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n,$$

on obtient facilement

$$e^{-x} \sum_{n+0}^{\infty} \frac{S_n}{n!} x^n = f(z) + \frac{z}{2\pi i} \int_c \frac{f(u)}{u(z-u)} e^{\left(\frac{u}{z}-1\right)x} du.$$

Soient i_1, i_2, i_3, j les intégrales de $\frac{f(u)}{u(z-u)} e^{\left(\frac{u}{z}-1\right)x}$ prises sur les courbes E_1, E_2, E_3, D. Alors, si nous posons $u - a = \rho e^{i\psi}$, $g(\rho) = |f(u)|$, $m > 0$ étant le minimum de $|u|$, $|z - u|$ quand u décrit E, on aura

$$|i_1| < \int_\tau^d \frac{g(\rho)\, d\rho}{|u|\,|z-u|} < \frac{1}{m^2} \int_\tau^d \frac{d\rho}{\rho^\delta} < \frac{M d^{1-\delta}}{(1-\delta) m^2}.$$

Nous pouvons prendre R_1 ainsi que $\frac{M d^{1-\delta}}{(1-\delta) m^2} < \eta$, $\eta > 0$ étant arbitrairement petit. On a la même chose pour i_3. On démontre facilement que, sur E, on a $R\left(\frac{z}{u} - 1\right) < T|u - a|$, où $T > 0$ et fini. Donc si $M(\tau)$ est le maximum de $|f(u)|$ sur E_2, on aura

$$|i_2| < \frac{2\pi\tau M(\tau)}{m^2} e^{T\tau x}.$$

et comme $\tau^\delta M(\tau)$ est bornée on aura, en posant $\tau = \frac{1}{x}$, $\lim_{x=\infty} i_2 = 0$.

Soit $M(R_1)$ le maximum de $|f(u)|$ sur D. De l'inégalité

$$R\left(\frac{z}{u} - 1\right) < -q, \qquad q = \frac{2R_1 - R}{2R_1 + R} > 0 \quad \text{sur D},$$

il s'ensuit $|j| < \frac{2\pi R_1 M(R_1)}{\left(R_1 - \frac{R}{2}\right)} e^{-qx}$, d'où $\lim_{x=\infty} j = 0$, ce qui achève la démonstration. On voit facilement que le théorème est valable aussi dans le cas où z est un sommet, si les points singuliers placés sur K satisfont à la condition B.

D'après M. Doetsch [1] une série Σa_n est (B, p) sommable avec la somme s si, $\frac{S_n^p}{A_n^p}$ étant les moyennes de Cesàro d'ordre $p > 0$, $e^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{S_n^p}{A_n^p}\frac{x^n}{n!}$ tend vers s quand x tend vers l'infini. Nous dirons qu'un point singulier a satisfait à la condition B_p, $p > 0$, si dans le domaine déjà défini plus haut $(z-a)^{p+1}f(z)$ tend uniformément vers zéro, quand z tend vers a.

II. *Soit* Γ *un côté du contour du polygone* G *qui passe par un point singulier satisfaisant à la condition* B_p, $p > 0$; *soit* z *un point régulier sur* Γ *et qui n'est pas un sommet. La série* (1) *est sommable* (B, p) *pour* z *avec la somme* $f(z)$.

Si Γ passe par un pôle de $f(z)$, on obtient comme cas particulier un théorème de M. Doetsch [2]. On peut trouver des résultats analogues aussi pour les autres sommations.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une généralisation d'un théorème de M. Landau.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

M. J.-F. Ritt vient de donner d'importantes généralisations des théorèmes de MM. Landau et Schottky : il remplace la série de Taylor par une série de Dirichlet [3]. Dans ses démonstrations, M. Ritt fait usage de la fonction modulaire. Je me bornerai ici au théorème de M. Landau et démontrerai une proposition contenant celle de M. Ritt, en utilisant seulement le théorème élémentaire de M. A. Bloch.

I. *Considérons une fonction* $Z = f(z)$ *de la variable* $z = x + iy$, *régulière à distance finie lorsque* $x > R$ *et supposons qu'il existe deux nombres positifs* λ *et* A *tels que, lorsque* z *s'éloigne indéfiniment sur l'axe réel positif*

$$\lim |f'(z)| e^{\lambda z} = A. \tag{1}$$

Dans ces conditions le domaine riemannien décrit par Z *lorsque* $x > R$

(1) Doetsch, *Inauguraldissertation*, Göttingen, 1920, p. 18-45, et *Mathematische Zeitschrift*, **11**, 1921, p. 161-179.

(2) Doetsch, *Mathematische Annalen*, **84**, 1921, p. 245-251.

(3) *American Journal of mathematics*, **50**, 1928, p. 73-86.

contient une infinité de cercles à un feuillet dont le rayon est au moins égal à

$$(2) \qquad \frac{1}{2}\mathrm{BA}\,e^{-\lambda(\mathrm{R}+1)}$$

(B est la constante de Bloch, au moins égale à $\frac{1}{8}$).

Considérons en effet la fonction

$$g(z) = \frac{1}{\mathrm{A}} f'(z)\,e^{\lambda z},$$

régulière pour $x > \mathrm{R}$. S'il existe une suite de points s'éloignant indéfiniment sur la droite $x = \mathrm{R} + 1$ en lesquels le module de $g(z)$ est supérieur ou égal à $\frac{1}{2}$, il suffit d'appliquer le théorème de Bloch à des cercles de rayon 1 ayant pour centres ces points. Si cette circonstance ne se présente pas, mais s'il existe une suite de points z s'éloignant indéfiniment dans le demi-plan $x \geqq \mathrm{R} + 1$, en lesquels

$$(3) \qquad \log|g(z)| \geqq |z|^{\frac{3}{2}},$$

le théorème de Bloch, appliqué à des cercles de rayon 1 ayant ces points pour centres, conduit *a fortiori* au résultat.

Si l'inégalité de sens contraire à (3) était vérifiée pour $x \geqq \mathrm{R} + 1$ et $|z| > \mathrm{K}$, un théorème de M. Lindelöf, appliqué aux deux quarts de plan $x \geqq \mathrm{R} + 1$ et $y \geqq 0$ ou $y \leqq 0$, montrerait que $|g(z)|$ est borné pour $x \geqq \mathrm{R} + 1$. Mais la méthode de M. Lindelöf, permet d'établir que ceci est incompatible avec les deux autres hypothèses, à savoir que $|g(z)|$ tend vers 1 lorsque z s'éloigne indéfiniment sur $\mathrm{O}x$ tandis que $|g(z)|$ est inférieur à $\frac{1}{2}$ pour $x = \mathrm{R} + 1$ et $|y| > \mathrm{K}'$. Cette dernière hypothèse est donc absurde et le théorème I qui généralise celui de M. Bloch est établi.

II. *Supposons que $f(z)$ soit régulière à distance finie pour $x > \mathrm{R}$, ne prenne pas dans ce demi-plan les valeurs 0 et 1 et qu'il existe des nombres positifs λ et a_1 et un nombre a_0 différent de 0 et 1 tels que, lorsque z s'éloigne indéfiniment sur l'axe réel positif,*

$$\lim f(z) = a_0, \qquad \lim |f'(z)|\,e^{\lambda z} = a_1.$$

Dans ces conditions R *est supérieur à un nombre qui ne dépend que de a_0, a_1 et λ.*

En introduisant avec M. Bloch la fonction

$$F(z) = \log\left[\sqrt{\frac{\log f(z)}{2i\pi}} + \sqrt{\frac{\log f(z)}{2i\pi} - 1}\right]$$

on constate que cette fonction vérifie les conditions du théorème I avec

$$A = \frac{1}{2\left|a_0\sqrt{\log a_0(\log a_0 - 2i\pi)}\right|}.$$

Comme d'autre part $F(z)$ admet une valeur exceptionnelle dans tout cercle de rayon 4 du plan des z, l'expression (2) correspondant à cette valeur A est au plus égale à 4, ce qui démontre le théorème.

En supposant que $f(z)$ est définie par une série de Dirichlet

$$(4) \qquad f(z) = a_0 + a'_1 e^{-\lambda z} + \ldots + a_n e^{-\lambda z} + \ldots,$$

possédant un domaine de convergence, on retombe sur le théorème de M. Ritt, qui suppose même qu'il existe un domaine de convergence absolue. Il suffit même de supposer que les deux membres de (4) sont asymptotiquement équivalents dans quelque angle contenant l'axe réel positif (on utilise alors le théorème IX du Mémoire de M. Ritt).

On peut remplacer la condition (1) et la condition correspondante de II par d'autres un peu plus larges.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les espaces de Riemann clos admettant un groupe continu transitif de déplacements.* Note de M. **E. Cartan**.

La méthode que j'ai indiquée dans une Note récente [1] pour construire un système orthogonal complet de fonctions dans certains espaces de Riemann s'étend à tout espace de Riemann clos (à métrique partout régulière) admettant un groupe continu transitif de déplacements. Le plus grand groupe continu de déplacements G de l'espace est clos; le plus grand sous-groupe g de G qui laisse un point invariant (groupe des rotations) est également clos; il peut être continu, ou formé d'un nombre fini de familles continues de transformations, ou encore il peut ne contenir qu'un nombre fini d'opérations. Dans tous les cas la recherche d'un système orthogonal complet est basée sur le fait que tout système de fonctions fondamentales

---

[1] E. Cartan, *Sur les systèmes orthogonaux complets de fonctions dans certains espaces de Riemann clos* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1594-1597).

correspondant à la même valeur singulière d'un noyau N(M, P), fonction continue de la distance des deux points M et P, subit une substitution linéaire par toute transformation de G. La distance de deux points est ici définie comme la borne inférieure des longueurs des arcs de courbe joignant les deux points ([1]). On est alors ramené au problème purement algébrique de chercher les représentants linéaires irréductibles de G tels que le sous-groupe g correspondant admette un invariant linéaire. On est sûr d'avance qu'il existe une infinité de tels représentants; seulement, dans le cas général, il peut correspondre à un de ces représentants *plusieurs* suites distinctes de fonctions fondamentales.

La méthode s'étend plus généralement à tout espace clos dans lequel il existe un groupe G continu clos transitif de transformations partout régulières; on peut en effet, en général d'une infinité de manières ([2]), douer un tel espace d'une métrique partout régulière invariante par G.

Pour obtenir des espaces de cette nature, on peut partir d'un groupe (abstrait) clos G arbitrairement donné et d'un de ses sous-groupes clos g (continu ou mixte) n'admettant aucun sous-groupe continu invariant dans G. Comme tout groupe clos, G est semi-simple ou décomposable en un sous-groupe invariant semi-simple et un ou plusieurs sous-groupes invariants à un paramètre; dans le premier cas l'espace a son premier nombre de Betti nul ([3]) (toute courbe fermée a un de ses multiples réductible à zéro); dans le second cas le premier nombre de Betti de l'espace est égal au nombre des sous-groupes invariants à un paramètre de G.

Prenons en particulier pour G le groupe linéaire unimodulaire d'une forme d'Hermite définie positive et pour g un sous-groupe *fini* de G (on sait par ailleurs que *tout groupe fini* est isomorphe à un groupe de cette nature); l'espace clos correspondant admet un *groupe de connexion* ([4]) isomorphe de g, et un groupe de déplacements isomorphe de G ([5]).

([1]) La distance ainsi définie est une fonction continue et symétrique de l'ensemble des deux points.

([2]) Le ds^2 le plus général invariant par G dépend d'une manière linéaire et homogène d'un certain nombre de constantes arbitraires.

([3]) Les nombres de Betti sont ceux qui sont considérés par H. Poincaré [*Analysis situs* (*Journ. École Polyt.*, 2e série, 1, 1895)], mais diminués d'une unité.

([4]) C'est ce que H. Poincaré (*loc. cit.*, p. 63) appelle le groupe fondamental de l'espace.

([5]) Comme l'espace du groupe G, dont il est une *forme de Clifford*, l'espace considéré admet *infinitésimalement* un groupe de déplacements deux fois plus étendu, mais qui ne peut pas se prolonger dans tout l'espace.

Il résulte des considérations précédentes une conséquence intéressante reliant un problème d'algèbre à un problème de topologie. Si g est un sous-groupe clos d'un groupe clos G, il est possible de trouver un représentant linéaire (irréductible *ou non*) de G tel que g puisse être défini comme le plus grand sous-groupe de G laissant invariante une certaine combinaison linéaire des variables. Il est clair d'autre part qu'une telle propriété ne peut appartenir à un sous-groupe de G qui ne serait pas clos. Elle est donc équivalente à une propriété purement topologique de g.

Terminons par une remarque qui peut donner lieu à des recherches géométriques très intéressantes. Si l'on a une suite de fonctions fondamentales d'un espace de Riemann clos admettant un groupe continu transitif G de déplacements, on peut normer les fonctions $U_1, \ldots, U_p$ de la suite de manière que la somme $\Sigma U_i \overline{U}_i$ et la forme différentielle $\Sigma dU_i d\overline{U}_i$ soient invariantes par G. Si l'espace est un de ceux que j'ai considérés dans ma Note précédente, cette forme n'est autre, à un facteur constant près, que le ds^2 de l'espace, qui peut ainsi être représenté par une variété de l'espace sphérique à $p-1$ dimensions (si la suite est réelle) ou $2p-1$ dimensions (si la suite est imaginaire); *cette variété jouit de la propriété que ses transformations isométriques s'obtiennent toutes par des déplacements de tout l'espace ambiant* [1].

ÉLASTICITÉ. — *Sur le calcul de certaines déformations élastiques, avec application à l'inertie des spiraux.* Note [2] de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Je reprends la théorie qui a fait l'objet de ma précédente Note [3]. Mais je suppose que S est, en outre, soumis à certaines forces (Φ), indépendantes des paramètres q_i. L'énergie de déformation se présente alors sous la forme d'un polynome du second degré

$$W = W_0 + 2\Sigma a_i Q_i + W'(Q_i). \tag{1}$$

(1) C'est ainsi qu'en partant des polynomes harmoniques du second degré à trois variables, on est conduit à représenter la sphère (ou plutôt le plan elliptique) par une surface remarquable de l'espace elliptique (ou sphérique) à quatre dimensions. Cette surface, qui est minima, est caractérisée par la propriété que toutes ses courbes ont la même courbure normale constante.

(2) Séance du 18 juin 1928.

(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1194.

W' désignant une forme quadratique. En appliquant le *théorème de réciprocité*, on peut démontrer que toute variation infinitésimale des (Φ) produit sur les q_i des accroissements égaux aux accroissements subis par les coefficients a_i.

2. Appliquons ceci au *spiral*. Si μ désigne le moment fléchissant dû aux forces (Φ), les coefficients a_i de la formule (1) sont

$$(2)\qquad a_1 = \frac{1}{EI}\int_0^L \mu y\, ds, \qquad a_2 = -\frac{1}{EI}\int_0^L \mu x\, ds, \qquad a_3 = \frac{1}{EI}\int_0^L \mu\, ds.$$

On peut déduire de ces formules le déplacement et la rotation élémentaires en un point P quelconque, sous l'action d'une rotation infiniment petite $d\theta$ du balancier. On forme ainsi le *système intégro-différentiel dont dépend la déformation du spiral* et l'on établit facilement les *conditions générales d'isochronisme*, dont les *conditions de Phillips* constituent la première approximation.

3. Prenons comme forces (Φ) les forces d'inertie. On trouve [1] que le couple perturbateur appliqué au balancier est, en appelant m la masse du spiral,

$$(3)\qquad -\frac{m}{L^3}\left(H\theta'' + \frac{1}{2}\frac{dH}{d\theta}\theta'^2\right),$$

en posant

$$(4)\qquad H = \int_0^L \rho^2 s^2\, ds$$

et désignant par ρ la distance du point P au centre de gravité de l'arc $AP = s$.

D'autre part, soit $A g(\theta, \theta')$ un couple perturbateur quelconque, A représentant le moment d'inertie du balancier et g une fonction de θ et de θ', développable en série entière :

$$g(\theta, \theta') = \Sigma\Sigma A_{p,q}\theta^p\theta'^q.$$

L'altération correspondante de la durée d'oscillation est

$$(5)\qquad \frac{\Delta T}{T} = \Sigma\Sigma A_{2p+2,2q}\theta_0^{2p+2q}\alpha^{2q-2}\frac{(2p+1)!\,(2q)!}{2^{2p+2q+1}(p+q+1)!\,p!\,q!},$$

en posant $\alpha^2 = \frac{EI}{LA}$.

---

(1) On aboutit au même résultat en appliquant le théorème des forces vives au système balancier-spiral.

Dès lors, soit

$$\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{L}^3} = \Sigma \mathrm{A}_n \theta_n. \tag{6}$$

La formule (5) devient, dans le cas actuel,

$$\frac{\Delta \mathrm{T}}{\mathrm{T}} = \frac{m \mathrm{L}^2}{2\mathrm{A}} \left[\mathrm{A}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{A}_{2n} \theta_0^{2n} \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \right]. \tag{7}$$

Tout revient donc à développer H *suivant les puissances de* θ. Le coefficient A_{2n} peut être calculé directement par la formule

$$\mathrm{A}_{2n} = \frac{2(-1)^n}{n!\,\mathrm{L}^{n+5}} \int\!\!\int (\mathrm{L}-s) s s' (s-s')^{2n} \cos(\varphi - \varphi')\, ds\, ds' \qquad (0 < s' < s < \mathrm{L}), \tag{8}$$

en appelant φ l'angle polaire de la tangente en P.

4. Dans le cas du *spiral cylindrique*, la fonction H est très facile à calculer. Si λ désigne le développement angulaire, on trouve

$$\mathrm{H} = \frac{1}{\lambda^3} \left(\frac{\lambda^3}{3} + 2\lambda + 2\lambda \cos\lambda - 4 \sin\lambda \right). \tag{9}$$

Les coefficients A_n s'en déduisent par la formule de Taylor.

Tous les auteurs qui se sont occupés de cette question ont fait une approximation, qui revient à *réduire la parenthèse à son premier terme*, sous prétexte que λ est très grand. Ceci n'a pas d'importance pour A_0, mais modifie complètement A_2 et les coefficients suivants. En se bornant aux deux premiers termes de (7), on trouve

$$\frac{\Delta \mathrm{T}}{\mathrm{T}} = \frac{m \mathrm{R}^2}{6\mathrm{A}} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{\theta_0^2}{\lambda^2} \left(1 - \cos\lambda + 10 \frac{\sin\lambda}{\lambda} + 20 \frac{1 + 2\cos\lambda}{\lambda^2} \right) \right], \tag{10}$$

R et λ désignant le rayon et le développement angulaire naturels.

La présence des termes trigonométriques montre que *la perturbation due à l'inertie du spiral change complètement quand on ajoute, par exemple, un quart de spire*. Il paraît dès lors vraisemblable que *les courbes terminales doivent entrer en ligne de compte*. Effectivement, j'ai pu calculer leur influence, quand elles sont constituées uniquement par des arcs de cercle.

Pour un *spiral plat*, dont la forme naturelle serait une *développante de cercle*, l'emploi des formules (8) permet le calcul des coefficients A_{2n}. On retrouve, comme cas particulier, les formules du spiral cylindrique. Si le

rayon intérieur est nul, on obtient

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{m R^2}{24 A}\left(1 + 2,4 \frac{\theta_0^2}{\lambda^2}\right). \tag{11}$$

Les courbes terminales semblent avoir une influence négligeable.

HYDRODYNAMIQUE. — *Détermination du profil d'une onde circulaire de petite amplitude à la surface d'un liquide.* Note de M. **Jean Baurand**, présentée par M. Brillouin.

On peut déterminer le profil d'une grosse onde rectiligne à la surface d'un liquide par photographie directe du ménisque capillaire formé par le liquide au contact d'une glace verticale ([1]). La méthode ne peut plus être utilisée, ni pour des ondes circulaires, ni pour des ondes de faible amplitude.

On est alors obligé de déterminer le profil par points. A cet effet, on photographie les déplacements d'un point de la surface du liquide, en fonction du temps, compté à partir du début du mouvement. En déplaçant le centre de production des ondes, on peut reconnaître les déplacements verticaux des différents points d'un rayon de propagation, à un instant donné, donc le profil du train d'ondes à cet instant. On peut ainsi mesurer les amplitudes des différentes ondes à $\frac{1}{80}$ de millimètre près.

Une deuxième méthode contrôle et complète la précédente et permet d'éliminer des erreurs possibles (mouvements de la surface produits par des trépidations par exemple) : On détermine — par un procédé rappelant celui de Foucault pour la retouche des miroirs — les points d'un rayon de propagation de l'onde, auxquels le plan tangent à la surface est horizontal. Un enregistrement donne le déplacement dans le temps de ces différents points correspondant à des creux, crêtes ou lignes d'inflexion à tangente horizontale. La très grande sensibilité de la méthode permet de déceler des ondes de très faible amplitude.

Les trains d'ondes sont produits soit par la chute d'une goutte d'eau, soit par une colonne d'eau qui tombe dans un tube cylindrique vertical dont l'extrémité inférieure touche la surface de l'eau. Ces trains sont formés de quelques creux et crêtes, dont les amplitudes et largeurs varient pendant la propagation.

([1]) Marey, *Comptes rendus*, **116**, 1893, p. 913.

On voit apparaître, à certains instants sur les grosses ondes, de petites ondes, d'amplitude et de largeur très faibles. Ces petites ondes ne suivent pas les grosses, mais se propagent moins vite et rejoignent les dernières ondes du train au fur et à mesure de leur propagation.

Le phénomène se retrouve aussi bien dans les trains d'ondes produits par la chute d'une goutte que dans les trains d'ondes dus à une colonne liquide. Ces petites ondes ne sont d'ailleurs pas dues à des perturbations étrangères au phénomène étudié, car elles se produisent en des points bien déterminés, toujours au même instant.

L'effet du passage d'une petite onde sur une crête, par exemple, est de modifier, pendant un court intervalle de temps (environ $\frac{1}{10}$ de seconde) la vitesse de propagation de la crête, et de la faire avancer rapidement pendant cet intervalle de temps.

Les ondes étant par exemple produites par la chute d'une colonne d'eau de 18^{cm} de hauteur, dans un tube cylindrique de 19^{mm} de diamètre, la crête a une hauteur de 0^{mm},32 à un instant donné : elle est traversée par une petite onde de 0^{mm},02 d'amplitude.

Alors que la vitesse moyenne de propagation des creux et crêtes (non exactement la même et non parfaitement constante) est de 25^{cm} par seconde, la vitesse de la petite onde n'est que de 16^{cm} par seconde.

On observe d'ailleurs quelquefois non pas le passage d'une seule petite onde, mais de plusieurs.

Les photographies donnant les plans tangents horizontaux à la surface montrent nettement que ces perturbations dans la propagation des grosses ondes sont dues à de petites ondes qui proviennent du centre de production ou qui naissent pendant la propagation des ondes.

ASTRONOMIE. — *Sur la variation de la latitude de l'Observatoire de Paris.* Note de Mme **E. Chandon**, présentée par M. Deslandres.

Les observations faites avec l'astrolabe à prisme de MM. Claude et Driencourt à l'Observatoire de Paris pendant les mois d'octobre et de novembre 1926 ont tout d'abord servi à la détermination de l'heure et contribué aux mesures des différences des longitudes intermondiales, elles nous ont permis en outre de déterminer la latitude du pilier d'observation et par suite celle de la façade sud de l'Observatoire.

Nous avons pu utiliser 856 observations faites au cours de 23 soirées; le

calcul donne pour l'erreur moyenne de chacune des latitudes ainsi obtenues des nombres compris entre $\pm 0'',12$ et $\pm 0'',26$.

Il est intéressant de comparer la latitude moyenne déterminée en 1926 à celle qui fut obtenue en 1916 par le même observateur, avec le même instrument ([1]).

Rappelons que chaque observation à l'astrolabe fournit une équation de la forme

$$(e) \qquad X \sin A + Y \cos A + \Delta\zeta_a = d,$$

où X, Y, $\Delta\zeta_a$ sont les inconnues; en particulier Y est la quantité dont il faut corriger la valeur approchée admise pour la latitude dans les réductions; d est fonction des coordonnées de l'étoile.

En 1926, de même qu'en 1916, c'est la méthode de Cauchy-Tisserand qui a été employée pour la résolution des systèmes d'équations (e).

Comme les positions des étoiles observées en 1916 avaient été tirées du Catalogue de Boss, tandis qu'en 1926 on avait adopté le catalogue d'Eichelberger, on a dû faire subir au second membre des équations (e) une correction différentielle ([2]). Nous avons été secondée dans tous ces calculs par M. Mantel.

En 1916,54 la moyenne de 19 soirées avait donné pour la latitude

$$\varphi = 48^\circ 50' 11'',21 \quad \text{(Catalogue de Boss).}$$

En 1926,82 la moyenne de 23 soirées donne

$$\varphi = 48^\circ 50' 11'',23 \quad \text{(Catalogue de Boss).}$$

Remarquons que les deux groupes d'observations comportent très peu d'étoiles communes.

Cette faible variation ($+ 0'',02$) de notre latitude est confirmée de façon satisfaisante par les résultats obtenus à l'Observatoire royal de Greenwich avec le télescope flottant de Cookson.

Si l'on prend en effet la différence des valeurs publiées pour 1926,82 (*Monthly Notices*, mars 1927) et pour 1916,54 (*Monthly Notices*, mars 1917) on trouve que $\varphi_{1926,82} - \varphi_{1916,54} = + 0'',07$.

Ainsi, comme nous l'avions suggéré en 1917, l'astrolabe à prisme peut

---

([1]) *Comptes rendus*, 165, 1917, p. 1053.

([2]) Voir *Description et Usage de l'astrolabe à prisme*, par MM. Claude et Driencourt, p. 67.

être utilisé pour l'étude de la variation des latitudes, à condition toutefois de ne comparer que les valeurs fournies par le même observateur.

Nous donnons ci-après la liste des déterminations particulières de φ, obtenues en 1926, et les erreurs moyennes correspondantes.

Date.	Nombre d'étoiles.	φ Catalogue d'Eichelberger.	e_m.	φ Catalogue de Boss.	e_m.
		Octobre 1926.			
4......	39	48°50′11″,72	± 0″,20	48°50′11″,60	± 0″,22
5......	43	21	16	10,96	16
6......	29	55	18	11,20	18
7......	49	48	12	11,21	13
8......	38	53	17	11,28	17
13......	46	66	14	11,57	15
15......	18	35	15	11,04	15
18......	48	30	15	11,03	15
19......	41	72	18	11,57	19
24......	30	51	18	11,33	22
25......	15	45	23	10,98	23
26......	43	21	14	10,82	15
27......	44	16	12	11,03	13
		Novembre 1926.			
1......	42	67	16	11,45	17
5......	29	50	26	11,39	22
8......	27	47	16	11,42	12
9......	39	26	13	11,03	14
10......	39	63	17	11,50	21
11......	34	30	16	10,89	17
14......	40	52	16	11,38	16
15......	37	25	19	10,98	19
21......	42	73	15	11,45	15
22......	44	25	16	11,14	18
	Moyenne.....	11,45	Moyenne.....	11,23	

ASTRONOMIE. — *Étude photométrique d'Algol au photomètre visuel à œil-de-chat.* Note de M. A. **Danjon**, présentée par M. A. Cotton.

Au cours de l'automne et de l'hiver de 1927-1928, j'ai observé Algol avec le photomètre à œil-de-chat dont j'ai publié récemment le principe (1).

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1524.

Je comparais la variable à l'étoile BD + 40°, 563 ($7^m,3$) située à 33′ de distance. Je résume ici la discussion des résultats dont le détail sera donné dans un autre recueil.

1° La dispersion moyenne des observations par rapport à la courbe de lumière est de $0^m,006$. La figure ci-contre montre avec quelle netteté est dessinée cette courbe. Toutes les particularités découvertes par Stebbins (¹) avec un photomètre au sélénium se reconnaissent aisément. Il est même possible de préciser la forme de la courbe au voisinage du minimum secondaire, qui est visiblement plus arrondi que le minimum principal. Cette remarque ne permet pas d'attribuer à la fois aux deux disques une répartition uniforme de la brillance.

2° La magnitude du minimum principal est variable, de $0^m,07$ au total. Le phénomène semble périodique, avec une periode de 4 mois (à préciser). Il s'explique par la rotation de la ligne des nœuds de l'orbite du couple à éclipses, lui-même en révolution, comme l'on sait, autour d'un troisième corps.

3° La branche de courbe qui relie les deux minima ne peut pas être représentée par la somme de termes en $\cos\theta$ et $\cos^2\theta$, comme le voudraient les théories de l'effet de phase d'après Russell (²) et Eddington (³). On la représente très exactement au moyen d'un terme en $\cos^2\theta$ (ellipticité de l'étoile) augmenté d'un terme représentant l'effet de phase et proportionnel à celui qui a été observé dans le cas de Vénus.

4° La face non éclairée du satellite donne tout au plus quelques millièmes de la lumière totale; quant à l'autre surface, son albedo, c'est-à-dire le rapport de la lumière (*visuelle*) qu'elle renvoie, à celle qu'elle reçoit, est voisin de 2, de sorte qu'il ne s'agit pas d'une simple diffusion de la lumière. Il faut admettre qu'il y a réémission thermique, avec changement de la longueur d'onde effective.

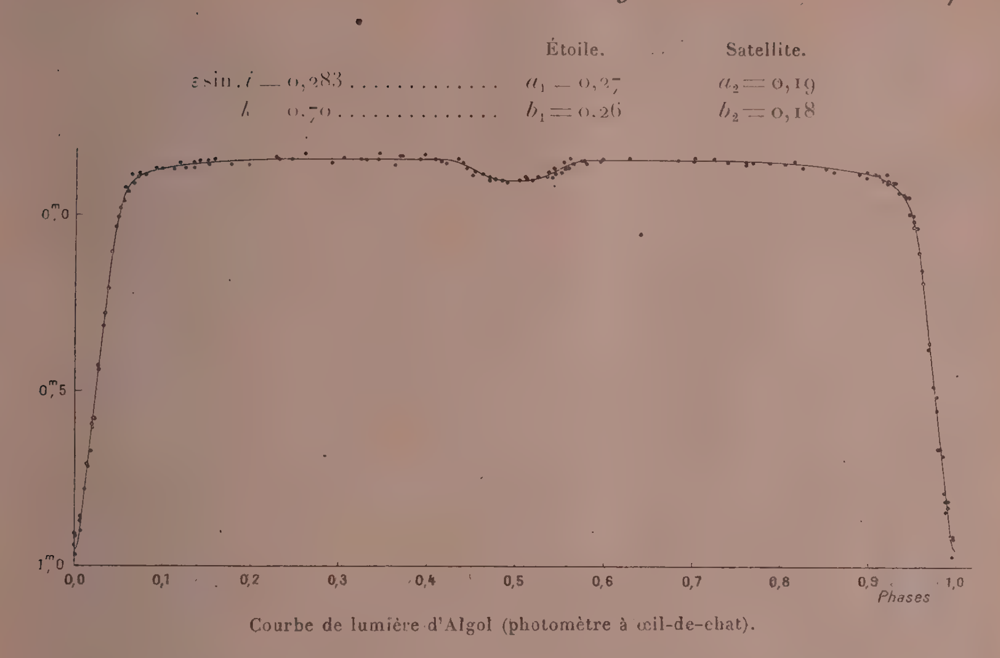
5° La meilleure représentation de la courbe de lumière est donnée par une solution D, le disque de l'étoile étant complètement assombri au bord. Le minimum principal est une éclipse annulaire, le minimum secondaire étant alors une éclipse totale. On obtient les éléments suivants, sans qu'il soit possible de préciser la valeur de i, qui diffère peu de 90°.

(¹) STEBBINS, *Astrophysical Journal*, 32, 1910, p. 185.

(²) RUSSELL, *Astrophysical Journal*, 36, 1912, p. 67.

(³) EDDINGTON, *Monthly Notices*, 86, 1926, p. 320.

	Étoile.	Satellite.
$\varepsilon \sin . i = 0,283$	$a_1 = 0,27$	$a_2 = 0,19$
$k = 0,70$	$b_1 = 0,26$	$b_2 = 0,18$



Courbe de lumière d'Algol (photomètre à œil-de-chat).

Si l'on cherche une solution U ou D conduisant à une éclipse partielle pour le minimum principal, il devient impossible de représenter la forme arrondie du minimum secondaire. La solution D, avec minimum principal annulaire, paraît s'imposer, bien que l'étoile soit de type B8, et que les astres de cette classe soient considérés généralement comme ayant une brillance presque uniforme.

PHYSIQUE. — *Sur un procédé d'enregistrement des oscillations de pendule libre, et son application aux mesures de gravité.* Note de M. **P. Lejay**, présentée par M. Georges Perrier.

J'ai décrit ailleurs (1) un procédé permettant d'enregistrer les oscillations d'un pendule libre, en le faisant agir sur une émission radiotélégraphique, de telle sorte qu'il en modifie la longueur d'onde chaque fois qu'il passe par la verticale. Ce procédé avait l'inconvénient d'exiger un réglage d'un récepteur qu'il fallait accorder sur la longueur d'onde émise. Cette opération

(1) *Journal des Observateurs*, 10, XII, 1927, p. 153.

toujours nécessaire lorsqu'il s'agit de transmettre les signaux à distance par radiotélégraphie, est trop onéreuse dans le cas d'un emploi courant du procédé en question dans un service horaire d'observatoire.

Dans le procédé suivant tout réglage est supprimé à la réception, et l'enregistrement restant stable aussi longtemps qu'on veut peut être laissé sans surveillance.

L'émetteur, genre hétérodyne, envoie des ondes de 300 à 500^m dans une petite antenne qui pénètre à l'intérieur de la cloche du pendule et se termine par un fil fin, disposé horizontalement et perpendiculairement au plan d'oscillation. L'antenne du récepteur vient aboutir en face de l'antenne émettrice et se termine par une petite plaque placée dans le même plan que le fil précédent. Enfin le pendule porte une pièce métallique composée également d'un fil et d'une plaque reliés électriquement, et fixée de manière qu'à chaque passage à la verticale, le fil vienne passer juste au-dessus de l'extrémité de l'antenne émettrice, tandis que la plaque se trouve au-dessus de l'extrémité de l'antenne réceptrice. Le pendule établit ainsi pendant un temps très court un véritable pont, par capacité, entre l'émetteur et le récepteur et pendant ce temps les ondes passent avec beaucoup plus d'intensité.

Le récepteur est composé de deux ou trois étages d'amplification (amplificateur à courant continu). L'antenne est reliée directement à la grille de la première lampe; il n'y a aucun circuit oscillant, et, par suite, le récepteur est insensible aux variations de la longueur d'onde d'émission.

La première lampe doit être disposée au voisinage immédiat du pendule, mais les autres étages peuvent être situés à grande distance, ainsi que les batteries d'alimentation et de liaison entre étages amplificateurs. Les deux lampes d'émission et de réception qui doivent être dans la cave du pendule peuvent être alimentées par le secteur, et mises en fonctionnement par le jeu d'un seul commutateur; le dispositif peut donc parfaitement s'adapter aux pendules d'observatoire, même lorsque le pendule et l'enregistrement ne sont pas situés dans le même local.

Les enregistrements se font aisément avec une grande précision; avec les oscillographes ordinaires et l'enregistrement sur noir de fumée, les inscriptions sont assez nettes pour qu'on puisse lire le millième de seconde sans difficulté; avec des oscillographes photographiques, il est possible de lire le dix-millième de seconde.

Application aux pendules de gravité. — Le procédé fut essayé sur un pendule relatif Defforges, du Service géographique de l'Armée. Dans

une première expérience nous avons cherché, les officiers de ce Service et moi, à déterminer expérimentalement si la réaction provoquée par le passage des ondes à travers la pièce fixée au pendule pouvait troubler l'oscillation et en modifier la durée.

Deux séries d'oscillation de 14 minutes chacune furent faites, la première en laissant l'émetteur allumé, la seconde l'émetteur étant éteint.

Après corrections d'amplitudes, on a trouvé qu'à la première série de 840 secondes sidérales, correspondaient 1177,3714 battements du pendule de gravité; à la seconde série 1177,3661. La durée d'oscillation correspondant au premier cas est $0^s,713454$, au second $0^s,713456$.

Il faut noter que, bien que le relevé des bandes d'enregistrement ait été fait par rapport aux vibrations d'un diapason, la discordance entre les deux séries, qui s'élève à 43 dix-millièmes de battement, soit environ 30 dix-millièmes de seconde, en un quart d'heure, peut fort bien s'expliquer entièrement soit par les erreurs de relevés, soit par les irrégularités des contacts de la pendule sidérale, ou du chronographe. En tout cas, nous pouvons conclure que la réaction, si elle existe, n'entraîne pas en mille oscillations une modification totale supérieure à 0,005 oscillation et que la perturbation apportée à la durée d'oscillation ne dépasse pas un petit nombre de millioniémes de secondes. Nous savons donc dès maintenant que cette cause d'erreurs reste très inférieure aux corrections apportées d'ordinaire aux mesures de gravité, du fait des variations de température, de pression ou d'amplitude [1]. Elle est certainement complètement négligeable si l'on ne fait agir l'émetteur que pendant les quelques secondes nécessaires aux enregistrements.

On peut conclure encore de ces expériences qu'il est possible de faire des mesures au millionième de seconde, en quelques minutes. Pour ajouter une décimale de plus, et atteindre la plus grande précision dans les mesures de gravité (*g* au centième de millimètre), sans prolonger les séries sur le terrain, il faudrait disposer de garde-temps autres que les pendules à contacts et de signaux radiotélégraphiques plus réguliers que les signaux actuels. On pourrait par exemple disposer dans un observatoire fixe, au centre de la région où se feraient les mesures de gravité, un pendule auxiliaire, du

(1) Ainsi, dans ces expériences, les corrections d'amplitude et de pression sont toutes deux de l'ordre de $0^s,0002$, soit 100 fois plus grandes que le résidu dont nous cherchons la cause. Celui-ci se trouve être de l'ordre des erreurs probables de ces corrections.

type précédent, mais oscillant dans le vide, qui émettrait des signaux très précis sur ondes courtes. L'heure de ces signaux, et plus exactement l'intervalle qui les sépare, seraient déterminés avec toute la précision possible par comparaison avec les pendules ordinaires, faites à intervalles très éloignés, pour diminuer l'influence des erreurs commises dans ces opérations.

PHYSIQUE. — *Nouvelle méthode de mesure de la température des gaz.* Note de M. **Marcel Chopin**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les indications d'un thermomètre ou d'un couple thermo-électrique plongé dans un gaz en mouvement sont faussées par le rayonnement de l'enceinte environnante, et l'erreur ainsi commise peut être considérable aux températures élevées. J'ai pensé qu'on pouvait éviter cette erreur en mesurant les modifications apportées par la dilatation à l'écoulement du courant gazeux, faisant ainsi intervenir directement une fonction de la température absolue de ce courant.

Le poids Q de gaz qui s'écoule à travers un orifice en mince paroi est lié à la dénivellation manométrique p et à la température absolue T du gaz par la relation

$$Q = SK\sqrt{\frac{p}{T}}$$

dans laquelle S est la section de l'orifice, et K un coefficient de proportionnalité valable pour un fluide donné, une pression atmosphérique constante pendant la durée d'un essai, et qui dépend en outre du coefficient de contraction de l'orifice.

La méthode consiste à disposer en série sur le courant gazeux : un premier orifice O_1 placé avant la source de chauffage, à une température aisément mesurable, et un deuxième orifice O_2 placé dans la région chaude du courant dont on désire connaître la température. On compare comme il suit les indications : Dans un premier essai effectué avant chauffage, les orifices O_1 et O_2 sont traversés par le courant à la température ambiante. Les températures, dénivellations, et sections des orifices sont respectivement $T_1 p_1 S_1$ et $T_2 p_2 S_2$. Écrivons qu'il y a égalité des poids de gaz qui traversent dans le même temps les deux orifices :

$$S_1 K_1 \sqrt{\frac{p_1}{T_1}} = S_2 K_2 \sqrt{\frac{p_2}{T_2}}.$$

Après chauffage ces grandeurs sont devenues : en O_1, $T_3 p_3 S_1$; en O_2,

$T_4 p_4 S_2 (1 + at)^2$, a coefficient de dilatation linéaire de la paroi, t température d'un point très proche de l'orifice. Il y a de nouveau égalité des poids et l'on a

$$S_1 K_1 \sqrt{\frac{p_3}{T_3}} = S_2 (1 + at)^2 K_2 \sqrt{\frac{p_4}{T_4}}.$$

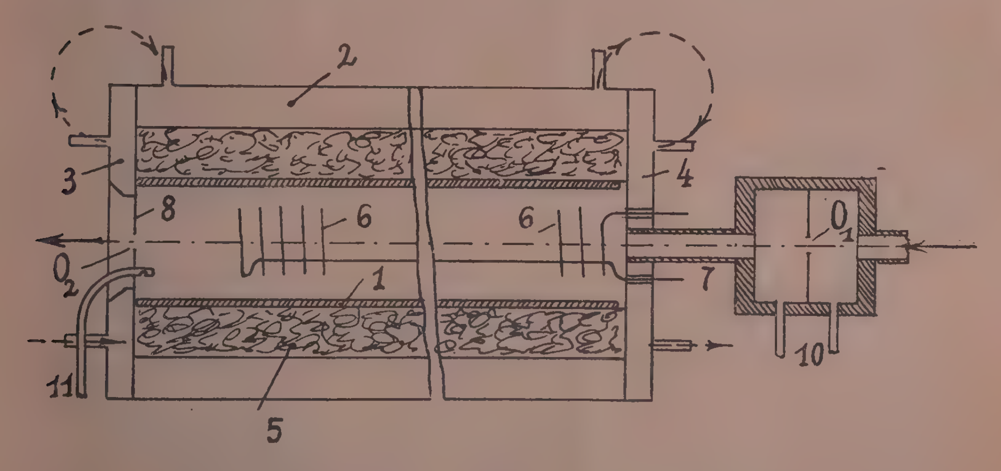
De ces deux relations on tire

$$T_4 = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \frac{p_4}{p_3} (1 + at)^4 T_3. \tag{I}$$

Le terme $\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$ est constant; il peut être mesuré exactement dans des essais préalables; $(1 + at)^4$ est généralement très proche de l'unité. Si l'on néglige les erreurs commises sur ces deux termes on voit que l'erreur relative commise sur T est de la forme $\frac{dT_3}{T_3} + 2\frac{dp}{p}$.

Cette méthode suppose évidemment que le courant de gaz n'est soumis entre les deux orifices à aucune réaction, dissociation ou contraction moléculaire; elle admet aussi que le coefficient de contraction de l'orifice est indépendant de la température, ce que semblent bien indiquer, sous réserve de vérifications ultérieures, les premiers résultats obtenus. Elle est applicable aux nombreux cas où le rayonnement rend impossible des mesures précises et en particulier aux mesures industrielles.

J'ai cherché dès maintenant à l'appliquer à la mesure de la chaleur d'échauffement des gaz. On sait les difficultés d'interprétation que com-



porte la méthode par explosion. D'autre part la méthode calorimétrique présente aux températures élevées de graves causes d'erreurs. On peut cependant reprendre cette méthode en modifiant complètement les condi-

tions dans lesquelles se produisent les échanges de chaleur et en utilisant l'appareil que représente la figure.

Un tube réfractaire L (diamètre intérieur 48^{mm}, longueur 580^{mm}) est placé à l'intérieur d'une gaine à circulation d'eau formée du manchon 2 et des flasques 3 et 4, avec interposition du calorifuge 5. Ce tube renferme la résistance électrique 6 dans laquelle on dissipe une énergie constante W. Le courant de gaz traverse l'orifice O_1 placé dans une enveloppe de température connue, il pénètre dans l'appareil par le tube 7 et en sort par l'orifice O_2 (7^{mm} de diamètre) percé au milieu du diaphragme 8. Deux manomètres à eau sont reliés aux orifices O_1 et O_2 (tubes 10 et 11). Des dispositifs convenables assurent la constance des débits d'eau et de gaz.

Soient par minute $Q\int_{T_0}^{T} c\,dT$ la chaleur totale d'échauffement du gaz, $M(t-t')$ la chaleur enlevée par le courant d'eau, A la chaleur reçue du milieu ambiant ou abandonnée par la surface extérieure de l'appareil, B la chaleur perdue par le diaphragme 8 et non transmise à l'eau, à laquelle s'ajoute le rayonnement à travers l'orifice O_2. Après un temps suffisant de fonctionnement un régime permanent est atteint, et l'on a

$$\text{(II)} \qquad \frac{W \times 60}{4,19} \pm A = Q\int_{T_0}^{T} c\,dT + M(t-t') + B.$$

Le débit Q est mesuré à l'aide de l'orifice O_1 préalablement étalonné. Avec un débit gazeux de l'ordre de 60^g par minute, W de l'ordre de 2000 watts, les termes A et B peuvent avoir une faible importance relative. La chaleur emportée par le gaz vers 1000° C. peut être égale à la moitié de la chaleur totale dissipée; elle est donc mesurable avec précision. La formule (I) donne la température de sortie au moment précis où le gaz quitte l'orifice O_2.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'effet Volta*. Note de M. **Emmanuel Dubois**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai signalé récemment (¹) les variations de l'effet Volta, qu'on observe après avoir chauffé dans le vide l'une des deux électrodes utilisées. L'électrode était alors chauffée dans un tube de quartz.

J'ai repris les mêmes mesures en modifiant le procédé de chauffage : l'électrode chauffée est une spirale cylindrique S, constituée par un fil fin du métal à étudier; cette électrode est chauffée électriquement; elle est fixe.

(¹) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1424, et **185**, 1927, p. 110.

L'électrode non chauffée est un cylindre métallique C, de diamètre un peu inférieur au diamètre de la spirale. Cette électrode est mobile et l'effet Volta entre les deux électrodes est mesuré à la manière ordinaire.

Les résultats ainsi observés confirment ceux déjà obtenus. Avec ce dernier dispositif j'ai recherché l'action de la vapeur d'eau. Dans ce but la spirale S et le cylindre C étaient de préférence constitués par le même métal. S est chauffée dans le vide à haute température; les impuretés contenues par S disparaissent; en particulier la vapeur d'eau se dégage tandis qu'elle est énergiquement retenue par C. On mesure alors l'effet Volta entre S et C. Si maintenant on introduit de la vapeur d'eau dans l'appareil, celle-ci sera surtout absorbée par S. La variation observée sur l'effet Volta nous donne alors qualitativement l'action de la vapeur d'eau sur le métal employé.

Le résultat de l'expérience est le suivant : le métal, par immersion dans la vapeur d'eau, devient plus électropositif. Ce fait est particulièrement net avec les métaux suivants : fer, nickel, molybdène, aluminium, cuivre; la variation de l'effet Volta produite par l'introduction de vapeur d'eau dans l'appareil peut atteindre en quelques secondes plusieurs dixièmes de volt. Avec les métaux précieux : or, argent, platine, la méthode n'indique aucune variation sensible de l'effet Volta.

Il résulte donc de ces expériences que la vapeur d'eau joue un rôle important dans l'effet Volta, car dans les mesures habituelles de cette grandeur les métaux contiennent de l'eau et l'effet Volta observé peut être très différent de celui qu'on mesurerait entre métaux anhydres.

OPTIQUE. — *Étude des radiations secondaires observées dans la diffusion moléculaire de la lumière par les fluides (effet Raman).* Note de M. **P. Daure**, présentée par M. A. Cotton.

Les résultats relatifs au spectre du benzène, publiés par MM. J. Cabannes et P. Daure ([1]), ont été confirmés par toutes les recherches effectuées depuis sur ce sujet, et conduisent à la loi suivante :

Les fréquences des radiations secondaires sont données par la formule $N - n_p$, N étant la fréquence de la radiation excitatrice, les termes n_p étant des constantes caractéristiques du fluide; probablement des fré-

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1533.

quences de vibration propre de la molécule, liées au spectre d'absorption infrarouge [1].

Mes recherches ont porté sur l'éther et l'alcool éthyliques, le benzène, le toluène, le mélange de ces deux liquides, les sels minéraux dissous dans l'eau.

Les résultats obtenus sont :

a. Le spectre du mélange benzène et toluène est la superposition des spectres des deux composants.

Ce fait différencie l'effet Raman des fluorescences de raies observées par Wood, qui sont fortement perturbées dans les mélanges; il permet en outre la détermination des vibrations caractéristiques des corps en solution.

b. La comparaison des spectres des corps ayant un radical commun montre que :

— certaines raies sont nettement différentes;

— d'autres sont légèrement déplacées (exemple : la raie du benzène, dont le nombre d'ondes au millimètre est N-99, devient, dans le toluène, N-100);

— d'autres sont conservées [exemple, avec les mêmes notations, la raie (N-306) se retrouve dans le benzène et le toluène].

c. M. Cabannes, qui a entrepris l'étude de la polarisation des raies secondaires, a obtenu un résultat qui confirme la classification précédente.

Les raies correspondant à une même fréquence moléculaire $n_{\bar{p}}$ ont un même degré de polarisation, mais qui dépend de $n_{\bar{p}}$.

Ainsi, avec les mêmes notations pour les raies, et en désignant par ρ le facteur de dépolarisation $\frac{i}{I}$,

les raies N-99 du benzène ont un ρ inférieur à 0,2 ;

les raies N-306 du benzène ont un ρ supérieur à 0,5,

alors que le ρ des raies de diffusion normale est de 0,42.

d. Aucune mesure d'intensité n'a été faite, cependant j'ai l'impression que l'intensité des raies secondaires ne dépend que de l'intensité de la raie excitatrice et de la densité moléculaire.

Tableau des fréquences caractéristiques (nombre d'ondes par millimètre)

---

[1] M. Cotton avait déjà remarqué (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1475) que, dans le benzène, l'écart constant 99 entre la fréquence de la raie excitatrice et celle de l'une des deux raies secondaires les plus intenses se retrouve dans les spectres de luminescence du benzène et dans le spectre d'absorption ultraviolet, et qu'elle constitue une fréquence caractéristique du spectre d'absorption infrarouge.

des corps étudiés. — La plupart des clichés ont été obtenus en utilisant toutes les radiations de l'arc au mercure. On observe ainsi généralement deux répétitions de chaque raie secondaire, excitées généralement par les radiations 4046 Å et 4358 Å.

Cependant je n'ai pas obtenu de répétition de quelques raies. Les raies manquantes, ou bien sont cachées par une raie plus intense, ou bien se trouvent dans une région de moindre sensibilité de la plaque. Je donne, dans ce cas, les fréquences probables, avec l'indication P.

Les nombres donnant des indications sur l'intensité sont proportionnels aux inverses des temps de pose. D'après cette notation, la raie de diffusion normale 4358 aurait l'intensité 1000.

			P.		P.								
Benzène....			61		84	99		117		158-160			306
Intensité....			2		0,5	10		4		4			10
	P.	P.	P.										
Toluène....	22	52	61	78		100	103		121	158-160		292	306
Intensité....	3	2	1	6		8	3		4	4		5	10
				P.									
Éther....	44	84		115		127	146		281	-287	-293	-289	
Intensité....	4	6		3		3	10		4	8	8	10	
	P.			P.									
Alcool....	42	88		115		127	146		281	-287	-293	-289	
Intensité....	1	6		3		3	10		4	8	8	10	

Eau.......... bande dont le maximum donnerait 340

Azotate d'ammonium (solut. aqueuse).... { une raie 105, intensité 10 ; peut-être des bandes non repérées, une légère fluorescence n'ayant pas permis de les distinguer.

Chlorure de calcium (solut. aqueuse).... { ne donne pas de raies, les bandes n'ont pu être repérées, pour la même raison.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Courant photo-électrique en fonction du champ dans l'air à la pression ordinaire.* Note de M. **A. Blanc**, présentée par M. Brillouin.

Dans l'air, à la pression ordinaire, la courbe représentant le courant photo-électrique en fonction du champ ne montre aucune saturation ; elle présente seulement une région moins inclinée que celle du début, suivie.

bien avant que l'ionisation par chocs puisse se produire, d'une nouvelle partie ascendante. Cela est en désaccord avec la formule de J.-J. Thomson (1), établie en supposant que le nombre d'ions qui apparaissent par seconde et par unité de surface est constant et égal au nombre des électrons émis par le métal : cette formule indique l'existence d'une saturation.

Je me suis proposé de comparer les formes de ces courbes *pour des métaux différents :*

La lumière d'un arc à mercure en quartz, qui est bien constant quand on l'utilise un temps suffisant après l'avoir allumé, traverse une lentille convergente en quartz et tombe sur un prisme à réflexion totale, également en quartz, à arêtes horizontales, fixé à l'axe horizontal mobile d'un goniomètre de Wollaston, qui permet de repérer sa position avec précision. En tournant le prisme, on peut éclairer soit la lame métallique étudiée, placée horizontalement dans une chambre d'ionisation, soit une cellule photo-électrique Serpi dont le courant est mesuré par un galvanomètre sensible; on peut ainsi contrôler la constance des éclairements produits et les comparer entre eux. On fait varier l'éclairement à l'aide d'un diaphragme à ouverture variable placé un peu en avant du prisme, là où la lentille donne une image réelle de l'arc. La lame métallique, reliée à l'électromètre, sert de cathode; l'anode, placée au-dessus, bien parallèlement, est une lame de quartz semi-argentée ou une grille métallique (les résultats sont identiques); sa position est repérée par un cathétomètre visant la tige qui la porte; sa distance à la cathode est invariable et égale à 4^{mm}.

Les métaux étudiés ont été : Al, Zn, Sn, Cu, Hg, Pb, Fe, Ag, Au, Pt. On les utilisait toujours plusieurs heures après les avoir frottés avec du papier de verre, de sorte qu'on n'avait pas à se préoccuper de la variation produite par la fatigue pendant la durée des mesures. Toutes les conditions de l'expérience, sauf la nature du métal et l'éclairement, étaient rigoureusement invariables.

Résultats. — 1° *Pour un même métal*, avec des éclairements différents, dont les valeurs relatives sont données par la cellule Serpi, on obtient une famille de courbes dont les ordonnées sont, pour le même champ, proportionnelles aux éclairements : par suite, pour deux éclairements donnés et pour diverses valeurs du champ, le rapport des intensités est constant. Exemples :

(1) J.-J. Thomson, *Passage de l'électricité à travers les gaz*, traduit par Fric et Faure, p. 267.

Champ en volts (par cm).........	215	645	1265	1680
Rapports Al/Al..................	2,60	2,62	2,60	2,55
Rapports Fe/Fe..................	2,25	2,25	2,26	2,24

2° *Pour deux métaux différents*, on peut bien amener les deux courbes à se couper, en réglant les éclairements à l'aide du diaphragme, mais *elles ne coïncident pas :* le rapport des intensités varie de part et d'autre de l'unité. Exemples :

Champ en volts (par cm).........	215	645	1265	1680
Rapports Al/Ag..................	1,14	1,02	0,95	0,90
Rapports Al/Au..................	1,10	1,00	0,91	0,89

Les deux courbes n'appartiennent pas à la même famille. Ainsi, toutes choses égales d'ailleurs, *la forme de la courbe dépend de la nature du métal.*

Conséquences. — La saturation est obtenue aisément dans le vide, donc le nombre des électrons émis ne dépend pas du champ. Mais, aux pressions assez élevées, les électrons peuvent ioniser le gaz : J.-J. Thomson [1] avait fait déjà cette hypothèse pour expliquer pourquoi le courant est plus faible dans le vide qu'aux pressions voisines de la pression ordinaire. Il faut admettre, en outre, que le nombre des ions produits en moyenne par chaque électron augmente avec le champ, et d'une façon qui dépend du métal. C'est qu'en réalité les électrons ont une énergie initiale variable; chacun d'eux parcourt une certaine distance dans la direction du champ avant de rencontrer une molécule du gaz et son énergie peut augmenter assez pour qu'il devienne capable, s'il ne l'était déjà, d'ioniser cette molécule; cela se produit pour un champ d'autant plus faible que son énergie initiale est plus grande (étant donnés les champs réalisés et le potentiel d'ionisation, un parcours de l'ordre du dixième de millimètre suffit dans tous les cas). Dès lors, à mesure que le champ augmente, des électrons de plus en plus nombreux ionisent le gaz; certains peuvent même ioniser plusieurs molécules avant de se fixer snr l'une d'elles : il n'y a pas de saturation. On voit qu'il doit y avoir une relation très étroite entre la courbe des intensités en fonction du champ et la courbe donnant la répartition des électrons d'après leur énergie initiale; cette dernière varie, comme on sait, avec le métal : il en est donc de même pour la première.

---

[1] J.-J. Thomson, *loc. cit.*, p. 276.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le phénomène de groupements d'atomes pour les émanations et pour les mélanges des radioéléments.* Note de M[lle] **C. Chamié**, présentée par M. J. Perrin.

Dans des Notes précédentes [1] j'ai mis en évidence le phénomène de groupements d'atomes pour les radioéléments appartenant au type des métaux (dépôts actifs, radiothorium, polonium). J'ai recherché le même phénomène pour les émanations et pour les mélanges des radioéléments.

Les expériences suivantes ont été faites :

I. *Photographies faites avec l'émanation incluse dans le mercure.* — 1° Le mercure a été versé dans un tube de $0^{cm},5$ de diamètre dont on venait d'extraire l'émanation du radium qui y était contenue. Le mercure chauffé et agité dans le tube a été filtré et versé sur une plaque photographique; des photographies, à temps de pose différents, ont été répétées successivement pendant deux semaines.

2° Une ampoule fine de radon fraîchement préparée a été cassée dans un tube rempli de mercure.

Les photographies montrent, dans les deux cas, que le radon est inclus dans le mercure à l'état de groupement d'atomes qui donnent des images d'étoiles dont les rayons correspondent au parcours des rayons α du radon dans la gélatine. Parmi ces étoiles, certaines ont deux groupes de rayons correspondant au Ra A et au Ra C'. On peut observer sur la même photographie la genèse du dépôt actif à partir de l'émanation, à des étapes d'évolution différentes (*fig.* 1).

3° Du radiothorium pur a été introduit dans le mercure. Les premières photographies ont donné des groupes caractéristiques du parcours du Rd Th seul, plus tard on obtenait trois types d'étoiles, les unes correspondant au Rd Th pur, les autres au Rd Th avec le Th X et les troisièmes donnaient le double parcours de Th C et Th C'. L'émanation formée restait donc attachée au groupement auquel appartenait le Th X et continuait à se transformer au sein du groupe en son dépôt actif.

II. *Photographies directes faites avec l'émanation.* — 1° L'émanation du radium a été aspirée avec une seringue et projetée sur la plaque photographique qui, immédiatement après, a été recouverte par une autre plaque et mise sous pression.

---

(1) C. Chamié, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1243; 185, 1927, p. 770 et 1277.

En examinant la photographie au microscope, on voit sur un fond clair des étoiles avec des rayons correspondant aux rayons α du radon (*fig.* 2) lorsque la projection se fait instantanément après l'aspiration et que le

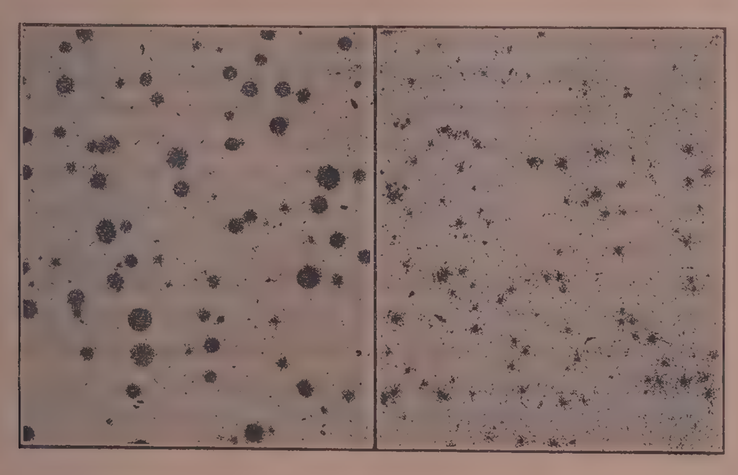


Fig. 1. — Groupements d'atomes de l'émanation du radium dans le mercure (Ra A et Ra C′).

Fig. 2. — Groupements d'atomes de l'émanation du radium projetée directement sur la plaque photographique.

temps de pose est court. Si l'on projette une heure après l'aspiration, les rayons des étoiles correspondent au parcours du Ra C′.

2° Les mêmes expériences ont été faites avec le thoron et l'actinon. Les photographies sont semblables aux précédentes, mais à cause de la vie très courte de ces émanations, les étoiles qu'on observe donnent toujours les rayons des dépôts actifs correspondants.

III. *Photographies des mélanges des radioéléments.* — 1° On aspirait dans une même seringue par un procédé approprié les émanations du radium et du thorium, et l'on projetait ce mélange sur la plaque photographique. Les photographies montrent que les groupements d'atomes du radon ne sont pas confondus avec les groupements du thoron, ce qui prouve que les groupements ne se forment pas dans la seringue autour de centres communs, mais que la seringue aspire des groupements déjà existant nageant dans l'air au-dessus de la préparation.

2° On faisait un mélange du dépôt actif du Ra avec le Po en solution chlorhydrique, et l'on étalait une goutte de la solution sur une lamelle de mica pour en faire des photographies successives. Dans d'autres expé-

riences, on activait le mercure par ce mélange de radioéléments. Des expériences analogues ont été faites avec des mélanges de dépôts actifs de thorium et de radium ainsi qu'avec un mélange de Po et RdTh.

Dans toutes ces expériences, les résultats sont semblables : on observe sur la photographie des groupes d'atomes appartenant tous à la même famille, mais en même temps on trouve aussi des groupes hétérogènes, comme si deux groupements de familles différentes étaient confondus. Par exemple, on observe parfois des groupements à double parcours du Po et RaC′ mais on voit plus souvent encore des groupements du RaC′ sans Po, qui disparaissent lorsque le RaC′ meurt, sans qu'on trouve au même endroit de trace de Po.

Conclusion. — 1° Les émanations des radioéléments qui se dégagent dans l'air ou qui se dissolvent dans le mercure en sortant des ampoules forment des groupements d'atomes. 2° Dans les mélanges des radioéléments il y a en partie formation de groupements hétérogènes mais en même temps il y a aussi conservation de groupements formés par les atomes de la même famille.

Une étude suivie des propriétés et du comportement des groupements pourra expliquer le phénomène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Réaction de double décomposition entre vapeurs salines : fumées produites entre sels gazeux.* Note de M. A. TIAN, présentée par M. J. Perrin.

J'ai montré dans une Note précédente [1] que la précipitation d'un sel sous forme de fumées est produite lorsque, par le mélange de ses constituants (acide et base) à l'état gazeux, on atteint le « produit de volatilité » de ce sel.

Les vapeurs de sels facilement volatils (sels formés par simple addition, sans élimination d'eau, de bases et d'acides volatils), étant toujours dissociées, même à la température ordinaire, se prêtent *nécessairement* aux réactions de double échange comme les sels dissous. L'analogie présentée par les sels sous forme de gaz ou de solution se poursuit donc complètement. A la loi ordinaire de Berthollet correspond ainsi une loi toute semblable que l'on peut énoncer :

---

[1] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 67.

I. *Le mélange de deux vapeurs salines pouvant donner par échange de leurs constituants un sel fixe, ou relativement peu volatil, tend à déterminer la précipitation, sous forme de fumées, de ce sel.*

Mais ici une particularité intéressante se présente.

On sait que les sels aisément vaporisables sont formés par l'union d'acides et de bases eux-mêmes faciles à vaporiser. En outre il y a une relation étroite entre la volatilité d'un sel et la *force* de ses constituants.

En effet en présence d'une trace d'eau, c'est-à-dire en opérant sur une vapeur saline habituelle, non rigoureusement sèche [1], le phénomène d'hydrolyse, qui libère les constituants du sel, détermine la vaporisation sinon du sel lui-même, mais de ses produits de dissociation. Cette vaporisation *apparente* est nécessairement très accentuée si l'hydrolyse est notable, c'est-à-dire si l'acide et la base du sel sont » faibles ». Les sels de bases et d'acides faibles sont donc toujours très volatils, ceux de bases et d'acides forts le sont peu.

Finalement, en négligeant devant la vaporisation apparente du sel sa vaporisation réelle (qui, à la température ordinaire, paraît être pratiquement nulle, comme pour les sels métalliques), on arrive à la loi remarquablement simple :

II. *Le mélange de deux vapeurs salines pouvant donner, par échange de leurs constituants, un sel à constituants forts, ou relativement forts, tend à déterminer la précipitation, sous forme de fumées, de ce sel.*

Vérification expérimentale. — La loi ci-dessus est très facilement vérifiable.

Un certain nombre de réactions de double décomposition entre vapeurs salines ont été faites. Les vapeurs réagissantes étaient produites par saturation de l'air par les sels purs. Dans la plupart des cas ceux-ci n'étaient pas assez volatils pour que, dès la température ordinaire, le mélange des vapeurs puisse donner des fumées visibles : aussi ai-je opéré à 50°. Une des vapeurs est émise par un sel porté à l'extrémité d'une baguette; celle-ci est introduite dans un vase contenant de l'air en contact avec le second sel, et l'on observe la formation de fumées avec un vif éclairage latéral, sur un fond noir.

Les constituants des divers sels expérimentés sont, par ordre de force décroissante :

Bases : diméthylamine ($K = 7{,}4.10^{-3}$); pipéridine ($K = 1{,}6.10^{-3}$); ammo-

---

[1] En l'absence de toute trace d'eau la volatilité des sels est, comme on sait, tout à fait différente.

niaque ($K = 1,6.10^{-5}$); hydrazine ($K = 3.10^{-6}$); pyridine ($K = 2,4.10^{-9}$).

Acides : chlorhydrique; monochloracétique ($K = 0,155$); formique ($K = 0,0214$); acétique ($K = 0,0018$).

Dans le tableau suivant les signes + et — indiquent respectivement la formation ou l'absence de fumées. Les cas où par double décomposition aucun sel nouveau ne peut se former ont été indiqués par des guillemets. Les trois sels désignés par « réactifs » sont tous des acétates; ils dérivent soit d'une base faible, soit d'une base moyenne, soit d'une base forte.

	Réactifs.		
	Acétate de pyridine.	Acétate d'ammouiaque.	Acétate de pipéridine.
Chlorhydrate de pyridine.............	»	+	+
Monochloracétate de pyridine..........	»	+	+
Chlorhydrate d'hydrazine	—	+	+
Monochloracétate d'ammoniaque	—	»	+
Chlorhydrate de pipéridine............	—	—	»
Formiate de pipéridine................	—	—	»
Chlorhydrate de diméthylamine.........	—	—	—

Tous les résultats, au nombre de 16, sont en accord avec la loi de double décomposition énoncée sous la forme particulièrement intéressante II.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le potentiel limite des solutions de glucides.* Note [1] de MM. **René Wurmser** et **Jean Geloso**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons observé [2] avec E. Aubel et L. Genevois qu'une électrode de platine prend au contact d'une solution de glucose, à l'abri de l'oxygène, un potentiel compris entre le potentiel normal du disulfonate d'indigo et celui de la phénosafranine. Seuls, les colorants de potentiel plus positif sont réduits par le glucose.

En faisant des mesures plus précises, il était apparu [3] que le potentiel d'un mélange de glucose avec un colorant incomplètement réduit était plus négatif que celui du glucose seul. Ces colorants ont un effet catalytique sur la vitesse d'établissement du potentiel, et nous pouvons montrer

---

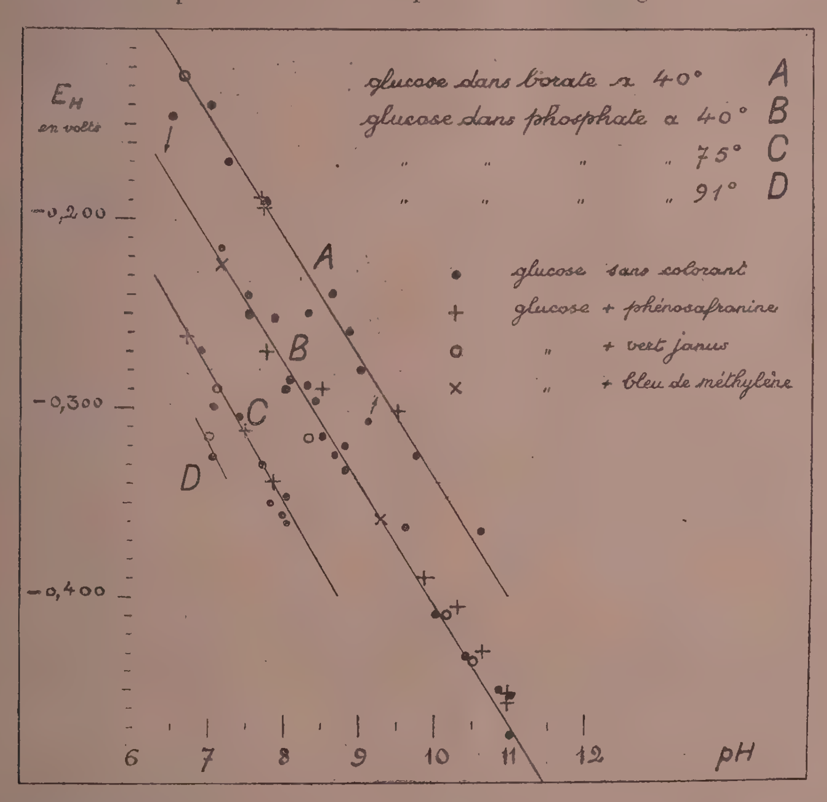
(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) E. Aubel, L. Genevois et R. Wurmser, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 407.

(3) R. Wurmser, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1038.

maintenant que, si l'on prolonge suffisamment la durée des mesures, le potentiel final atteint la même limite dans une solution de glucose, avec ou sans colorant.

Les résultats expérimentaux sont représentés sur le diagramme ci-dessous.



Les mesures ont été contrôlées avec du glucose pur, provenant du Bureau of Standards de Washington. Le potentiel limite à pH = 7 est atteint au bout de 30 jours à 40°; 9 heures à 75°, et 2 heures à 90°. Il est le même, que l'électrode soit de platine ou d'or.

1° Le potentiel par rapport à l'électrode normale varie avec le pH suivant l'expression

$$E_H = -0,0002\,T\,pH + \text{const.}$$

Comparée avec l'expression de l'électrode d'hydrogène

$$E_H = -0,0002\,T\,pH + 0,0001\,T\,rH,$$

il résulte pour les solutions de glucose : rH = const.

Quand le milieu est insuffisamment tamponné, le potentiel passe au bout d'un certain temps par un minimum (Goard et Rideal); le pH décroît mais le rH reste constant.

2° En faisant varier le milieu et la température nous avons obtenu pour le rH les valeurs suivantes :

Glucose 0,016 M	+ phosphate 0,1 M	à 40° C.......	rH = 7	± 0,5
»	»	75° C.......	rH = 6	± 0,5
»	»	91° C.......	rH = 5	± 0,5
»	+ borate 0,1 M	à 40° C.......	rH = 9,2	± 0,5

Le coefficient de température du rH d'une solution de glucose dans un tampon au phosphate est donc $rH = \frac{5000}{T} - 8,8 \pm 0,5$.

3° La courbe montre que les colorants (qui ont été étudiés jusqu'à une concentration maxima de 6.10^{-4} gr pour 100^{cm^3} de solution) n'ont pas d'influence sur le potentiel final.

4° Enfin nous avons pu établir que le leuco du vert Janus et celui de la phénosafranine dont les potentiels sont plus négatifs que celui du glucose sont réoxydés par ce dernier, comme si le glucose donnait naissance à une forme véritablement réversible.

CHIMIE ORGANIQUE — *Sur le passage de l'acide pyruvique à l'alanine.* Note de MM. **Aubel** et **Bourguel**, présentée par M. Charles Moureu.

L'étude de ces rapports étroits qui existent dans l'organisme entre l'alanine et l'acide pyruvique a fourni une grosse contribution en faveur de nos théories actuelles sur l'interconversion des albumines en hydrates de carbone et des hydrates de carbone en albumine. Aussi a-t-on, à cause de leur importance, cherché à isoler et à reproduire, *in vitro*, les phénomènes constatés *in vivo*. C'est ainsi que Simon et Piaux (¹) ont oxydé l'alanine en acide pyruvique en milieu alcalin, en présence de cuivre, et que Bass (²) a obtenu le même résultat à l'aide de la méthode de Baudisch. Mais jusqu'ici la synthèse de l'alanine aux dépens de l'acide pyruvique et de l'ammoniaque n'avait pu être obtenue.

C'est qu'en effet pour passer d'un mélange d'acide pyruvique et d'ammo-

---

(¹) Simon et Piaux, *Bull. Soc. Ch. biol.*, 6, 1924, p. 412.

(²) Bass. *C. R. Soc. Biol.*, 93, 1925, p. 570.

niaque à l'alanine, il faut enlever l'atome d'oxygène de la fonction cétonique :

$$CH^3CO - COOH + NH^3 = O + CH^3 - CH(NH^2) - COOH.$$

Nous avons songé pour cela à employer l'hydrogène en présence de métaux précieux. Les travaux de Vavon (1) et de Faillebin (2) ont montré que l'hydrogénation catalytique des fonctions cétones, en présence de noir de platine, ne conduit pas seulement à la fonction alcool secondaire, mais qu'on peut avoir en même temps formation du carbure saturé correspondant. Faillebin a montré de plus que dans le passage du groupement $C = O$ au groupement CH^2 on ne passe pas par la fonction CHOH intermédiaire. Nous avons pensé qu'il y avait arrachement de l'atome d'oxygène puis addition de deux atomes d'hydrogène :

$$R - CO - R' + H^2 = R - C(=) - R' + H^2O,$$
$$R - C(=) - R' + H^2 = R - CH^2 - R'.$$

Dans cette hypothèse, on doit pouvoir, après arrachement de l'atome d'oxygène, fixer sur le reste d'autres radicaux que des atomes d'hydrogène, et en particulier de l'ammoniaque suivant le schéma

$$CH^3 - CO - COOH + H^2 = CH^3 - C(=) - COOH + H^2O,$$

puis

$$CH^3 - C(=) - COOH + NH^3 = CH^3 - CH(NH^2) - COOH.$$

Nos recherches étaient en cours quand nous avons eu connaissance d'un travail de Knopp (3) qui avait réussi une réaction de ce genre : le passage de l'acide phénylpyruvique à la phénylalanine, dans une hydrogénation catalysée par du noir de palladium. Mais Knopp ne paraît pas avoir réussi dans le cas le plus simple théoriquement : celui de l'acide pyruvique.

Les noirs ne semblent, en effet, pas aptes à la formation d'alanine. En agitant en atmosphère d'hydrogène une solution aqueuse de pyruvate d'ammonium en présence de noir de platine, préparé par la méthode de Vavon, nous n'avons eu que de l'acide lactique et de l'alcool, nous réalisions l'image de certaines fermentations. Peut-être n'avons-nous pas su trouver de traces d'alanine.

Par contre, le palladium colloïdal stabilisé par l'empois d'amidon (4)

---

(1) **Vavon**, *Annales de Chimie*, 9e série, **1**, 1914, p. 144.

(2) **Faillebin**, *Annales de Chimie*, 10e série, **4**, 1925, p. 156 et 410.

(3) **Knopp** et **Oesterlin**, *Zeit. für. phys. Chim.*, **170**, 1927, p. 186.

(4) **Bourguel**, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **41**, 1927, p. 1443.

nous a donné de bons résultats, mais l'opération est extrêmement lente et il faut employer des quantités considérables de catalyseur.

Nous mettons en œuvre $0^g,25$ de palladium colloïdal dans 400^{cm^3} d'eau; nous ajoutons 4^g d'acide pyruvique, une quantité d'ammoniaque correspondant à 2 molécules par molécule d'acide et nous agitons dans une atmosphère d'hydrogène. L'hydrogène se fixe très lentement. Au début le mélange absorbe 200^{cm^3} en 24 heures. Il importe d'agiter nuit et jour pendant 5 à 6 jours. A la fin il ne se fixe plus guère que 30 à 50^{cm^3} par 24 heures.

Le résultat de deux opérations (9^g d'acide) est évaporé dans le vide; dans le résidu, on précipite à l'ébullition le catalyseur et l'amidon par des additions ménagées d'alcool. On filtre, on réduit à 25^{cm^3}. Ces 25^{cm^3} sont repris par de l'alcool absolu chaud auquel on ajoute ensuite de l'éther anhydre. L'alanine précipite cristallisée, suffisamment lentement pour que l'on puisse fractionner la précipitation. Les têtes sont souillées d'amidon et de sels ammoniacaux. Les meilleures fractions sont encore purifiées en ajoutant leur solution aqueuse concentrée à de l'alcool absolu bouillant, d'où l'alanine précipite cristallisée et pure. Rendement en alanine pure : $2^g,9$.

Elle fut identifiée par sa teneur en azote, par le point de fusion de son dérivé benzoylé, par sa saveur sucrée identique à celle de l'alanine synthétique, par sa sublimation, enfin par l'amorçage d'un de nos jus aqueux concentré par un cristal d'alanine.

Ainsi cette étude, en même temps qu'elle nous permettait de réaliser la synthèse de l'alanine, aux dépens de l'acide pyruvique et de l'ammoniaque, nous montrait qu'il était possible, en changeant de catalyseur, de réaliser une dégradation de l'acide pyruvique, analogue à celles que l'on rencontre dans certaines fermentations.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'emploi des alcalis caustiques solides pour la saponification des éthers-sels.* Note de MM. **E. Tassilly**, **A. Belot** et **M. Descombes**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans une Communication antérieure [1], nous avons montré la possibilité de saponifier le phényléthylmalonate d'éthyle par les alcalis caustiques pulvérisés. La méthode présente l'avantage de fournir avec un bon rende-

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 149.

ment le diacide et aussi, dans certaines conditions, l'acide-éther. Nous avons pensé que les autres éthers-sels étaient susceptibles de se comporter de la même façon et nous avons pu vérifier, sur un certain nombre d'entre eux, la généralité de la méthode.

Après des essais préliminaires, nous nous sommes arrêtés au mode opératoire suivant.

Dans un récipient (constitué dans nos expériences par un creuset d'argent d'une capacité de 100^{cm^3}, pourvu d'un couvercle s'adaptant exactement) on place de la potasse caustique pulvérisée et passée au tamis n° 30, dans la proportion minimum de 2 molécules de KOH réelle par fonction éther à saponifier. On ajoute, en remuant, l'éther-sel. La réaction se manifeste par une prise en masse progressive. En général, il se produit un échauffement qu'il faut parfois modérer en plongeant le creuset dans l'eau; dans d'autres cas, il est nécessaire de chauffer pour provoquer la saponification. On abandonne ensuite à la température ordinaire. La réaction est généralement totale au bout d'une heure.

L'expérience a montré que l'emploi de la potasse est préférable à celui de la soude qui agit plus lentement. Il est important que l'alcali soit finement divisé. Par contre, son degré de pureté présente peu d'influence, la potasse en cylindres, contenant parfois moins de 83 pour 100 de KOH, se comportant comme la potasse récemment fondue titrant (après pulvérisation) 96 pour 100 d'alcali. D'autre part, les éthers solides à la température ordinaire ne réagissent le plus souvent qu'en opérant au-dessus de leur point de fusion.

Nos expériences ont porté sur des poids d'éther variant entre 2 et 10^{g}. Les réactions ont été totales et les pertes négligeables. Dans tous les cas, l'acide a été isolé et pesé. Voici quelques-uns des résultats obtenus.

Avec l'acétate d'éthyle, il se produit un échauffement tel qu'un refroidissement énergique s'impose; il convient d'ajouter l'éther peu à peu; la réaction est complète en une heure.

Les éthers benzoïque, phénylacétique, hydrocinnamique, cinnamique, salicylique, se comportent de même, la réaction étant moins vive.

Le cinnamate de méthyle ne réagit pas à la température ordinaire, même au bout de 5 jours, mais cette inertie cesse à la température du bain-marie, la réaction devient alors normale.

Il en est de même pour les éthers nitrobenzoïques (O, M et P) qui doivent aussi être traités à chaud.

Parmi les éthers des diacides, l'oxalate de méthyle, bien que solide,

réagit énergiquement. Le malonate d'éthyle et le succinate d'éthyle fournissent les acides correspondants. Pour isoler ces acides qui se laissent difficilement extraire à l'éther de leurs solutions aqueuses, on traite la masse par un léger excès d'HCl dilué à 30 pour 100 et l'on dessèche dans le vide sulfurique en présence de soude pour absorber HCl. On sépare ensuite par l'éther l'acide organique du chlorure de potassium.

Les éthers maloniques disubstitués (diméthylique, diéthylique, diallylique) donnent avec la plus grande facilité les acides correspondants.

Enfin, l'allocamphorate de méthyle traité par de la potasse solide, au bain d'huile à 200°, fournit quantitativement (99 pour 100) l'acide camphorique. Cette réaction est particulièrement intéressante, car on sait que les éthers de cet acide sont difficilement saponifiés par les méthodes ordinairement en usage.

En résumé, le mode opératoire que nous proposons se recommande par sa simplicité. Il paraît être d'un emploi général et il est plus particulièrement indiqué dans le cas des éthers à saponification difficile ou anormale comme le phényléthylmalonate d'éthyle et l'allocamphorate de méthyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée des isomères suivant leurs spectres d'absorption. Transpositions dans la série des glycols et des aldéhydes.* Note de Mme **Ramart-Lucas** et M. **F. Salmon-Legagneur**, présentée par M. Charles Moureu.

L'un de nous a donné, pour la prévision des transpositions intramoléculaires, des règles qui utilisent la connaissance des spectres d'absorption dans l'ultraviolet ([1]). Déjà ces règles ont permis de mettre en évidence diverses transpositions qui n'étaient pas connues ([2]).

Nous exposerons ici comment elles nous ont conduits à obtenir à volonté (sous l'action de la chaleur) par déshydratation de certains glycols, soit des aldéhydes soit des cétones, et à transformer (pour la première fois croyons-nous) une aldéhyde en cétone, également sous l'action de la chaleur.

D'après ces règles, il était à prévoir que si à une température donnée la déshydratation des glycols conduit à la formation d'aldéhydes, la même déshydratation, effectuée à une température plus élevée, conduirait à la

---

([1]) Mme Ramart-Lucas, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1301.

([2]) Mme Ramart-Lucas et M. Anagnostopoulos, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1626.

formation de cétones lorsque les courbes d'absorption de ces dernières seront situées plus près du visible que celles des aldéhydes isomères. C'est ce que l'expérience a vérifié.

Nous avons choisi des glycols dont la déshydratation, déjà étudiée, n'avait conduit jusqu'ici qu'à la formation d'aldéhydes : le diphényléthanediol-1.2, le phényl-2-butanediol-1.2, et l'hydrobenzoïne.

Nous avons fait passer les vapeurs des glycols, à une température donnée et sous pression réduite, dans un tube à combustion contenant des agglomérés de terre d'infusoires. En déshydratant ainsi ces glycols par la chaleur nous avons écarté toute possibilité de réactions secondaires dues à la présence de réactifs.

A la température de 250°-300° les glycols primaires-tertiaires n'ont donné que des aldéhydes; à la température de 400°-450°, ces mêmes glycols n'ont fourni que des cétones :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ R \end{matrix}\!\!>\!C(OH).CH^2.OH \text{ à } 250^\circ\text{-}300^\circ \rightarrow \begin{matrix} C^6H^5 \\ R \end{matrix}\!\!>\!CH.CHO,$$

$$\text{à } 400^\circ\text{-}450^\circ \rightarrow C^6H^5.CH^2.CO.R \qquad (R = C^6H^5,\ C^2H^5).$$

L'hydrobenzoïne, à 250°-300°, a donné de l'aldéhyde diphénylacétique à côté d'un peu de désoxybenzoïne et de glycol non attaqué; à 400°-450°, il ne s'est formé que de la cétone à côté de benzaldéhyde (produit de dissociation de l'hydrobenzoïne) :

$$C^6H^5.CHOH.CHOH.C^6H^5 \text{ à } 250^\circ \rightarrow \begin{cases} (C^6H^5)^2.CH.CHO, \\ C^6H^5.CH^2.CO.C^6H^5, \end{cases}$$

$$\text{à } 400^\circ\text{-}450^\circ \rightarrow \begin{cases} C^6H^5.CH^2.CO.C^6H^5, \\ C^6H^5.CHO. \end{cases}$$

Les aldéhydes et les cétones ont été caractérisées par leurs semicarbazones.

Ces résultats permettent de supposer que l'aldéhyde se forme tout d'abord lors de la déshydratation des glycols, qu'il s'établit un équilibre entre l'aldéhyde et la cétone, et qu'une élévation de température dépasse l'équilibre en faveur du composé possédant ses bandes d'absorption le plus près du visible, c'est-à-dire la cétone dans les cas étudiés ici. La transformation de l'une des aldéhydes, précédemment obtenues, en cétone dans les conditions mêmes qui avaient permis de transformer le glycol en cétone, devait permettre de vérifier cette hypothèse. C'est ce que nous avons observé : *la diphénylacétaldéhyde, traitée comme il a été dit pour les glycols, est entièrement trans-*

formée en désoxybenzoïne à 400°-450°. Ces résultats nous autorisent à représenter la déshydratation des glycols par la chaleur ainsi : (glycol → aldéhyde → cétone), la transformation glycol → aldéhyde se faisant très vraisemblablement par l'intermédiaire d'un oxyde d'éthylène.

Utilisant la notion de « semivalence » (¹), nous pourrons expliquer ces différentes transformations de la manière suivante : sous l'influence de la chaleur, le glycol prend une forme peu stable α. Cette molécule perd H^2O, il se fait α′ ayant la forme peu stable d'un oxyde d'éthylène (²) et qui ensuite se transforme en aldéhyde (sauf dans le cas des pinacones) :

$$\begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!C(OH)—CH(OH).R \;\rightarrow\; \underset{\alpha.}{\begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!C \cdots R \cdots C\,H \cdots H—O \cdots H \cdots O} \;\rightarrow\; \underset{\alpha'.}{\begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!C \cdots R \cdots C\,H \cdots O} \;\rightarrow\; \begin{matrix} R \\ R \\ R \end{matrix}\!\!—CH.CHO.$$

[Les conventions adoptées pour ces schémas ont été indiquées antérieurement (²).]

L'aldéhyde peut ensuite prendre la forme peu stable α″ capable, suivant les conditions de l'expérience, de donner soit la cétone, soit l'aldéhyde suivant :

$$\begin{matrix} R \\ R \\ R \end{matrix}\!\!—C.CHO \;\leftarrow\; \begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!C \cdots R,\,H \cdots C{=}O \;\leftarrow\; \begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!C \cdots R,\,H \cdots C{=}O$$

$$\rightarrow\; \underset{\alpha''.}{\begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!C \cdots R,\,H \cdots C{=}O} \;\rightarrow\; \begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>\!CH.CO.R.$$

(¹) JEAN PERRIN, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 557.
(²) Mme RAMART-LUCAS, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 561 et 718.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénol triiodé obtenu avec les acides iodo-5- et diiodo-3.5-salicyliques*. Note de MM. **P. Brenans** et **Ch. Girod**, présentée par M. A. Béhal.

En faisant réagir l'iode et un alcali sur l'acide iodo-5-salicylique puis sur l'acide diiodo-3.5-salicylique nous avons obtenu le phénol triiodé $C^6H^2(I^3)2.4.6(OH)1$.

Nous indiquerons les conditions dans lesquelles cette réaction a été effectuée.

Les acides iodo-5- et diiodo-3.5-salicyliques ont été préparés par la méthode d'iodation de Weselsky [1] qui consiste à faire réagir sur les acides oxybenzoïques en solution dans l'alcool l'iode et l'oxyde jaune de mercure.

En opérant avec $13^g,8$ d'acide salicylique (1^{mol}) et $25^g,4$ d'iode (1^{mol}) on a obtenu $4^g,50$ d'acide diiodosalicylique et $16^g,70$ d'acide monoiodé qu'on a séparés au moyen de leurs sels de baryum. L'acide iodosalicylique encore impur a été transformé en éther acétique; l'éther acétique a été purifié par cristallisations répétées, puis saponifié par la soude en solution alcoolique. L'acide iodo-5-salicylique ainsi obtenu fond à 198° et présente toutes les propriétés de cet isomère déjà décrit [2].

Triiodo-2.4.6-phénol. — A une dissolution de $2^g,64$ d'acide iodo-5-salicylique dans 40^{cm^3} de soude N étendue à $1^l,5$ avec de l'eau, on ajoute $0^l,5$ d'une solution d'iode iodurée renfermant $5^g,10$ d'iode. La liqueur se décolore en partie et après 1 heure de contact, on l'additionne d'un excès d'acide sulfurique dilué. On enlève l'iode qui n'a pas réagi par addition de gaz sulfureux. Le précipité blanc, à peine rosé, ainsi produit est recueilli, puis mélangé à un litre d'eau bouillante. Le mélange maintenu à l'ébullition est additionné d'un excès de carbonate de baryte qui transforme l'acide iodo-5-salicylique n'ayant pas réagi en sel de baryum soluble, sans attaquer le triiodophénol formé dans la réaction.

On recueille sur un filtre le phénol triiodé mélangé au carbonate de baryte en excès. On traite le mélange sur le filtre avec de l'acide chlorhydrique dilué qui enlève le sel de baryum. Le triiodophénol séché est dissous dans le benzène à chaud; par refroidissement de la solution, il cristallise

---

(1) Weselsky, *Ann. der Chem.*, 174, 1874, p. 103.

(2) P. Brenans et C. Prost, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1626.

en aiguilles blanches, fusibles à 157°, ayant les propriétés de l'isomère 1.2.4.6 obtenu et étudié par l'un de nous [1].

Le rendement est de $2^g,70$.

La solution du sel de baryum laisse déposer, par addition d'acide chlorhydrique en excès, un produit blanc, fusible à 140° et au-dessus.

Si l'on fait cette expérience dans les mêmes conditions, sauf que la soude est remplacée par le carbonate de soude, on obtient encore le triiodo-2.4.6-phénol, mais avec un rendement moindre ($1^g,50$).

En ajoutant à une dissolution de $3^g,90$ (1^{mol}) d'acide diiodo-3.5-salicylique dans 20^{cm^3} de soude N, étendue à $1^l,5$ une solution d'iode iodurée renfermant $2^g,54$ (1^{mol}) d'iode, il se forme tout de suite un léger précipité et la liqueur se décolore progressivement. Au bout d'une heure, on achève la précipitation par addition d'acide sulfurique étendu, et enlève avec du gaz sulfureux un peu d'iode qui n'a pas réagi. Le précipité teinté de rose est un mélange de triiodophénol et d'acide diiodosalicylique qu'on sépare par la méthode au carbonate de baryte indiquée précédemment.

Le phénol triiodé 1.2.4.6 obtenu ($1^g,55$), cristallisé dans le benzène, fond à 157°.

En répétant l'expérience avec 1^{mol} d'acide diiodosalicylique, 2^{mol} d'iode et 4^{mol} de soude, on obtient dès le début de la réaction un précipité coloré qui augmente pendant la durée de la réaction (1 heure). On acidule le mélange avec de l'acide sulfurique dilué, on enlève l'excès d'iode avec du gaz sulfureux.

Le composé rouge obtenu, insoluble dans l'alcool, est le rouge de Lautemann $C^6H^4I^2O$, étudié par de nombreux chimistes [2]; il provient de la transformation par l'action de l'iode en excès et en milieu alcalin du triiodophénol 1.2.4.6 formé d'abord dans la réaction.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude des chlorites au moyen des rayons X.* Note de M. **Ch. Mauguin**, présentée par M. Fréd. Wallerant.

J'ai montré au moyen des rayons X que les micas qui paraissent si différents les uns des autres par leur composition chimique sont tous construits

---

(1) P. Brenans, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 831; 133, 1901, p. 160.

(2) Bougault, *Journ. de Pharm. et de Chimie*, 6e série, 28, 1918, p. 146.

sur le même type avec un motif cristallin qui renferme toujours 12 atomes d'oxygène ou de fluor ([1]).

L'étude des chlorites, minéraux très voisins des micas par leurs caractères extérieurs, m'a conduit à des conclusions analogues.

Je me suis limité à l'examen de quelques types bien cristallisés permettant l'application de la méthode du cristal tournant qui fournit la maille cristalline avec une sécurité beaucoup plus grande que la méthode des poudres cristallines ([2]).

Ces minéraux :

Pennine (Zermatt)	$8SiO^2, 2Al^2O^3, 13MgO, 10H^2O$
Leuchtenbergite (Midongy)	$7SiO^2, 3Al^2O^3, 12MgO, 10H^2O$
Grochauite (Carter mine)	$4SiO^2, 2Al^2O^3, 7MgO, 6H^2O$

ont reçu des formules compliquées qui ne représentent qu'imparfaitement leur composition chimique véritable.

Voici les résultats obtenus :

Les chlorites sont formés comme les micas par l'empilement de feuillets élémentaires, séparables par clivage, dont l'épaisseur peu variable d'un type à l'autre vaut à peu près une fois et demie l'épaisseur du feuillet élémentaire des micas (un peu plus de 14×10^{-8} cm au lieu de 10×10^{-8} cm). Chaque feuillet résulte de la répétition indéfinie d'un groupe d'atomes (motif cristallin) par les translations d'un réseau plan ayant pour maille un losange de 120° (réseau de triangles équilatéraux) de côté $a = 3,07.10^{-8}$ cm. Ces translations sont exactement celles au moyen desquelles on engendre le feuillet élémentaire (plus mince) du mica biotite. Il existe certainement une parenté structurale très étroite entre ces minéraux.

Les feuillets sont empilés de telle manière que l'édifice dans son ensemble admet les translations d'un réseau rhomboédrique (ou pseudo-rhomboédrique). La maille de ce réseau est un rhomboèdre très aigu dont l'axe binaire a la valeur $a = 3,07 \times 10^{-8}$ cm définie précédemment, et dont l'axe ternaire c vaut trois fois l'épaisseur d'un feuillet élémentaire (environ 42×10^{-8} cm). Les clichés de Laue montrent une symétrie ternaire très nette; mais je n'ai pas pu les obtenir avec assez de précision pour

([1]) Ch. Mauguin, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 879. — Ch. Mauguin et Graber, *Ibid.*, p. 1131.

([2]) La méthode des poudres cristallines a été appliquée aux chlorites par Winchell, mais d'une façon qui paraît surtout qualitative (*American Mineralogist*, 13, 1928, p. 161).

pouvoir dire si cette symétrie est parfaite ou seulement très approchée (la pennine est uniaxe, les autres sont nettement biaxes avec un angle d'axes variable d'une région à l'autre).

A partir des dimensions de la maille, j'ai calculé la masse absolue du motif cristallin et le nombre d'atomes de chaque sorte contenus dans ce motif, en empruntant les données complémentaires nécessaires au calcul, densité et composition centésimale du minéral, à la Thèse si bien documentée de J. Orcel [1] :

	Pennine.	Leuchtenbergine.	Grochauite.
Épaisseur du feuillet élémentaire.	14,33 Å	14,15 Å	14,15 Å
Densité	2,661	2,656	2,696
Si	1,08	0,93	0,88
Al	0,48	0,79	0,89
Fe‴	0,06	—	0,02
Fe″	0,03	—	0,11
Mg	1,69	1,59	1,43
H	2,68	2,73	2,66
O	6,03	6,01	6,00
Nombre d'atomes électropositifs	6,02	6,05	5,99

Ainsi le motif cristallin de nos trois chlorites renferme 6 atomes d'oxygène. Le nombre d'atomes électropositifs varie d'une maille à la voisine de sorte que la formule moyenne de la maille comporte des exposants fractionnaires. Mais la somme de tous les exposants fractionnaires des atomes électropositifs est toujours égale à 6. Le motif cristallin est donc toujours formé de 12 atomes au total, 6 atomes d'oxygène électronégatifs, et 6 atomes électropositifs. Les substitutions entre atomes électropositifs quand on passe d'une maille à une autre paraissent se réduire à celles-ci :

$$Al \rightarrow Fe''', \quad Fe'' \rightarrow Mg, \quad SiMg \rightarrow Al^2.$$

Les premières sont des substitutions banales; la dernière est à rapprocher de la substitution SiNa → AlCa des feldspaths plagioclases qui respecte comme elle la somme des valences et le nombre total des atomes.

Les tentatives faites pour donner aux chlorites des formules chimiques à coefficients entiers, analogues à celles qui sont rappelées plus haut, paraissent vaines. On n'aboutit qu'à des formules inutilement compliquées

[1] J. Orcel, *Recherches sur la composition chimique des chlorites* (*Bull. Soc. franç. de Min.*, 50, 1927, p. 75).

(en O^{27} pour la grochauite, en O^{45} pour les deux autres) qui ne correspondent à aucune réalité.

Observation. — Le nombre d'atomes d'hydrogène du motif cristallin paraît constant, égal à $\frac{8}{3}$. Ce résultat conduit à penser que les rayons X ne fournissent pas la maille véritable des chlorites, mais une maille trois fois trop petite. La maille vraie serait en O^{18} et renfermerait 8 atomes H.

GÉOLOGIE. — *Sur la terminaison occidentale du Haut-Atlas marocain.* Note de MM. **E. Roch** et **C. Tingry**, présentée par M. Pierre Termier.

Ayant eu l'occasion de parcourir au printemps dernier l'extrémité occidentale du Haut-Atlas, nous croyons pouvoir apporter aujourd'hui une solution satisfaisante à la question déjà très controversée de la terminaison de la chaîne en bordure de la côte atlantique.

Les hypothèses émises jusqu'à présent peuvent se résumer de la manière suivante :

1° Pour Ch. de Foucauld et L. Gentil, l'Atlas se poursuit bien jusqu'à l'Océan, soit en un seul pli, le Cap Ghir (de Foucauld et L. Gentil, 1905), soit en deux voûtes, l'une au cap Ghir, l'autre directement au N d'Agadir ou anticlinal du Lgouz (L. Gentil, 1910).

2° Pour Thomson et A. Brives, l'Atlas s'arrête à environ 50^{km} de la côte, au point où une zone de plateau succède au régime plissé de la chaîne.

En fait cette allure tabulaire n'est qu'apparente. Depuis que l'a montré Gentil, personne ne met en doute que le plissement tertiaire ne se poursuive jusqu'à l'Océan.

Mais où passent les plis et quelle est leur direction; où se trouve l'axe de la chaîne ? C'est à ces questions que nous nous proposons de répondre.

Un examen rapide des cartes topographiques rend séduisante la conception de Ch. de Foucauld, car le cap Ghir, d'une belle avancée dans l'Océan, paraît bien se trouver dans l'axe de la chaîne. Ce qui tendrait à corroborer cette hypothèse, c'est que la ligne de partage des eaux passe par le cap lui-même.

Mais on constate alors que le raccord de la ligne cap Ghir-Tazenakht avec celle qui marque la direction générale de la chaîne ne peut se faire qu'en admettant une torsion des plis au niveau du Tizi n'Maachou.

Or, de cet accident, l'étude tectonique ne relève pas trace : le pli du

cap Ghir se poursuit vers l'Est par le djebel Tazenakht, puis par l'anticlinal d'Aklout (Anekhlout), *mais expire avant d'atteindre la vallée de l'Aït Moussa*.

Au contraire, l'anticlinal du nord d'Agadir se suit avec une grande netteté par les djebels Oulma et Lgouz, traverse l'Aït Moussa à Tirkou et se retrouve au nord de Tamda et d'el Mnizla. Partout ce pli est déversé vers le Sud avec parfois même un étirement du flanc inverse.

Il semble bien que ce soit le même pli ou le même ensemble de plis que M. Neltner ([1]) a retrouvé plus à l'Est encore à Laouah n' Gnouss; si la chose était prouvée, on pourrait alors le suivre sur un parcours de plus de 130^{km}.

En outre, la direction WSW-ENE de cet anticlinal correspond exactement à la direction générale de la chaîne.

Ainsi, l'anticlinal du cap Ghir, s'arrêtant à la vallée de l'Aït Moussa doit s'interpréter comme un pli accessoire dans la voûte simple que forme l'Atlas; en ce point, c'est un pli court dont la structure rappelle tout à fait celle des brachyanticlinaux du djebel Amsitten et des djebels Hadid et Ali Kourati de la région de Mogador. Ce serait, en d'autres termes, un *brachyanticlinal juxtaposé à l'Atlas*.

Seul le pli du Lgouz (pour employer l'expression de L. Gentil) représente la terminaison occidentale de l'Atlas, et il est important de souligner que ce pli est déversé vers le Sud.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude des fluctuations nocturnes de l'ozone atmosphérique*. Note de M. **Daniel Chalonge**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans la période comprise entre octobre 1927 et avril 1928, j'ai déterminé aussi souvent que possible l'épaisseur de la couche d'ozone de la haute atmosphère pendant des jours et des nuits consécutifs. Ces évaluations ont été faites spectroscopiquement en photographiant le spectre ultraviolet du Soleil ou de la Lune au moyen du dispositif qui a été décrit dans une précédente Note ([2]).

([1]) L. Neltner, *Sur la géologie du pays Goundafi* (*Haut-Atlas marocain*) (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 707).

([2]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 446. L'objectif de 50^{cm} de foyer de la lunette placée devant le spectrographe a été remplacé par un objectif de 1^{m} de foyer et de 56^{mm} de diamètre : les prismes sont ainsi beaucoup mieux couverts et la luminosité de l'appareil se trouve notablement augmentée. Les poses peuvent être réduites à 15 secondes quand la distance zénithale de la Lune est faible et dépasse rarement 10 minutes.

Les mesures ont été faites dans la région spectrale 3100-3250 Å où l'absorption par l'ozone commence à être appréciable sans être cependant très forte. Malheureusement les coefficients d'absorption de l'ozone sont connus dans cette région avec une précision beaucoup plus faible que dans le domaine voisin de 3000 Å où se placent Dobson et ses collaborateurs pour leurs mesures diurnes d'ozone, mais que la faible intensité du rayonnement lunaire m'empêche d'utiliser. Aussi, pour rendre mes résultats comparables aux leurs, ai-je commencé par corriger les coefficients d'absorption de l'ozone donnés par Fabry et Buisson de façon à obtenir à partir d'un bon cliché du spectre solaire direct pris le 3 novembre à Paris la même épaisseur d'ozone que Götz à Arosa le même jour. Cette façon de procéder est justifiée par les deux observations suivantes :

1° Les coefficients ainsi corrigés révèlent la présence des bandes de l'ozone connues entre 3100 et 3250 Å, alors que les coefficients de Fabry et Buisson supposent une absorption continuellement décroissante ;

2° Ces coefficients m'ont donné par la suite, pour mes évaluations diurnes d'ozone, des résultats en accord satisfaisant avec ceux de Dobson à Oxford et de Götz à Arosa.

Cela justifie la comparaison de mes mesures nocturnes avec leurs mesures diurnes (¹). L'ensemble de ces déterminations est contenu dans le tableau ci-après. Chaque nombre exprime en centièmes de millimètre (²) l'épaisseur normale de la couche d'ozone supposée ramenée aux conditions normales de température et de pression.

Il semble que l'on puisse déduire de cet ensemble de résultats les conclusions suivantes :

1° La haute atmosphère ne contient jamais moins d'ozone la nuit que le jour ;

2° L'épaisseur nocturne s'écarte peu d'une valeur moyenne qui est ici de 335, c'est-à-dire ne présente pas de variation saisonnière, du moins dans la période étudiée.

Il résulterait de là que, pour expliquer la création et les fluctuations de l'ozone à grande altitude, il faut faire intervenir d'autres causes que le seul rayonnement ultraviolet solaire.

(¹) Les évaluations de Dobson et de Götz n'ont pas encore été publiées et m'ont été communiquées par M. Dobson.

(²) Cette unité correspond à la précision des mesures diurnes. Je l'ai conservée pour les évaluations nocturnes, bien que la précision de ces dernières soit beaucoup moindre.

Epaisseurs d'ozone (¹).

Date.	Nuit (Paris).	Jour. (Paris).	Jour. (Arosa).	Jour. (Oxford).
10 Oct...	360	–	225	233
11 » ...		–	220	224
7 Nov..	370	–	–	225
8 » ..	–	–	–	–
9 » ..	–	–	231	–
10 » ..	–	–	256	–
11 » ..	340	–	–	–
12 » ..		260	–	–
5 Déc...	285	–	242	–
6 » ...		–	253	–
4 Janv..	–	–	251	–
5 » ..	380	–	–	–
6 » ..		–	–	–

Date.	Nuit (Paris).	Jour. (Paris).	Jour. (Arosa).	Jour. (Oxford).
2 Fév.....	320	–	–	–
3 »	340	–	307	–
4 »	–	305	–	–
5 »	295	–	270	–
6 »	330	290	–	317
7 »	–	–	280	–
8 »	275	–	261	–
9 »		–	275	–
3 Mars...	375	–	286	–
4 » ...	370	365	–	287
5 » ...	335	–	283	–
6 » ...		–	–	–
2 Avril...	310	–	–	282
3 » ...	–	215	–	–
4 » ...	360	–	217	319
5 » ...		–	–	302

MÉTÉOROLOGIE. — *Étude des poussières tombées dans le midi de la Pologne du* 26 *au* 28 *avril* 1928. Note de MM. **Henryk Arctowski** et **Edward Stenz.**

Dans une Note précédente nous avons rendu compte de l'extension de la chute de poussières survenue en Pologne du 26 au 28 avril et nous avons indiqué son origine probable. Il nous faut maintenant donner quelques renseignements sur la nature de ces poussières et sur les quantités approchées du dépôt.

La chute a été notée sur toute l'étendue des palatinats de Stanislawow, Tarnopol, Lwów et de Volhynie, soit une surface de 92000$^{km^2}$. En plus, sur une étendue d'environ 23000$^{km^2}$ des palatinats de Cracovie, de Kielce et de Lublin. Soit en tout 115000$^{km^2}$, c'est-à-dire 30 pour 100 de la surface de la Pologne.

D'après les renseignements numériques des quantités tombées aux

(¹) Une application plus précise de la méthode m'a conduit à corriger les premières estimations d'épaisseurs nocturnes qui avaient été publiées pour les mois d'octobre et de novembre (*loc. cit.*).

diverses localités nous pouvons admettre une chute moyenne de 30 tonnes par kilomètre carré dans le palatinat de Tarnopol, de 20 tonnes par kilomètre carré dans le palatinat de Stanislawow, de 10 tonnes dans ceux de Lwów et de Volhynie et notablement moins dans les autres. En tout on peut estimer la quantité de poussières tombée en Pologne à 1500000 tonnes.

Les chiffres relatifs à la grande chute de poussières sahariennes des 9 au 12 mars 1901, qui semble être la plus notable de celles étudiées jusqu'à présent, sont une surface de 800000$^{km^2}$ du continent européen plus 450000$^{km^2}$ de mer et 1800000 tonnes pour l'Europe. Si l'on prend en considération l'étendue de l'Ukraine et de la Roumanie sur laquelle la chute de poussière dernièrement observée a dû également se produire, il semble certain qu'elle a dû surpasser en quantité de matière transportée celle de 1901.

Le tamisage de la poussière tombée à Lwów a fourni 40 pour 100 de grains de diamètre inférieur à 0^{mm},05 et du 20 pour 100 retenu par le tamis d'une maille de 0^{mm},1; les grains plus gros ne dépassaient pas un diamètre de 0^{mm},2. Pourtant les gros grains examinés sous le microscope étaient invariablement des agglomérats de fin fin.

L'examen des poussières de diverses localités a montré que d'une façon générale la proportion des gros grains dépassant 0^{mm},05 allait en diminuant vers le Nord-Ouest. Ce fait suffit par lui-même pour nous forcer d'admettre que le lieu d'origine de la poussière ne pouvait pas être très éloigné de nous.

L'analyse chimique des poussières a donné les résultats suivants :

	Pour 100		Pour 100
SiO^2	57,94	Ph^2O^5	0,24
Al^2O^3	12,30	MnO	0,06
Fe^2O^3	5,49	SO^3	0,13
Cl	tr.	CO^2	0,65
MgO	1,77	C(org.)	2,94
CaO	2,63	H^2O(105°,3)	5,15
Na^2O	0,31	H^2O(hygrosc.)	7,01
K^2O	2,97	Total	99,69

Déduction faite de l'eau et des substances organiques la composition est :

	Pour 100.
Silicates et quartz	76,46
Substances colloïdales (argile)	20,36
Carbonates	2.38
Sulfates	0,24
Phosphates	0,56

Ces résultats d'analyse excluent l'hypothèse d'une origine volcanique ou saharienne des poussières et nous forcent d'admettre une analogie avec la composition des sols de la Russie Méridionale.

L'examen microscopique des poussières de diverses provenances fait par M. J. Tokarski lui a permis de noter l'absence de minéraux de formes cristallines déterminables, tandis que M. S. Kulczynski y a observé des débris de plantes.

Cet examen confirme donc la conclusion que nous avons déduite de l'examen des cartes synoptiques météorologiques du 25 avril, à savoir : qu'il faut rattacher les chutes de poussière aux ouragans observés ce jour au nord de la mer Noire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les principes immédiats des graines de deux espèces de* Combretum. Note de MM. **V. Hasenfratz** et **R. Sutra**, présentée par M. L. Mangin.

Le genre *Combretum*, de la famille des Combrétacées, est représenté par un grand nombre d'espèces réparties dans les régions intertropicales, notamment en Afrique. Nous avons eu à notre disposition une petite quantité de fruits de deux espèces de *Combretum* provenant de Madagascar et très aimablement adressés par M. Perrier de la Bâthie, qui consacre comme on sait une grande activité à l'étude de la flore de cette région. Ce sont les *Combretum Bernierianum* Tulasne et *Combretum subumbellatum* Baker.

Les fruits de ces deux espèces se distinguent facilement l'un de l'autre : ceux du *C. Bernierianum* sont lisses alors que ceux du *C. subumbellatum* portent longitudinalement de 5 à 7 côtes carénées.

L'étude chimique que nous avons faite a porté plus particulièrement sur les graines du *C. Bernierianum* dans lesquelles nous avons pu isoler une matière grasse et une matière sucrée.

I. *Matière grasse.* — Les graines broyées ont été épuisées par le sulfure de carbone. Après évaporation du solvant, il reste une huile jaune clair représentant environ 10 pour 100 du poids des graines et qui, au bout de quelques jours, se fige partiellement.

Cette matière grasse saponifiée fournit un gâteau d'acides gras. La solution alcoolique chaude de ces acides abandonne par refroidissement des cristaux d'un acide gras solide, qui, purifié par de nouvelles cristallisations dans l'alcool, donne finalement un corps fondant à 62° et d'indice d'iode

nul. L'étude de ses propriétés, ainsi que la composition de son sel de baryum établissent son identité avec l'acide palmitique.

Les acides gras restés en solution dans l'alcool sont transformés en sels de plomb, qui, épuisés par l'éther, se dissolvent partiellement.

La portion insoluble dans l'éther est constituée par le sel de plomb de l'acide palmitique. Les acides gras, régénérés des sels de plomb solubles, renferment une notable proportion d'acides non saturés puisque leur indice d'iode a pour valeur 71. Traités par le permanganate de potassium, à froid, en liqueur alcaline, ils donnent un acide dioxystéarique $C^{18}H^{36}O^{4}$ qui, après plusieurs cristallisations dans l'alcool, fond à 136°, ce qui démontre qu'il est identique au dérivé d'oxydation de l'acide oléique.

Il résulte de ces faits que la matière grasse du *Combretum Bernierianum* est constituée principalement par un mélange de *palmitine* et d'*oléine;* toutefois son indice de saponification (220) semble indiquer la présence d'autres glycérides de poids moléculaires plus faibles : le peu de substance dont nous disposions n'a pas permis d'en préciser la nature.

II. *Matière sucrée.* — Les graines, après épuisement par le sulfure de carbone sont traitées par l'alcool bouillant. La liqueur alcoolique, concentrée par distillation dans le vide puis abandonnée au repos, laisse déposer lentement des cristaux faiblement colorés en jaune. On les purifie par dissolution dans l'eau suivie d'une décoloration par le noir animal. La solution incolore est ensuite concentrée jusqu'à consistance de sirop. Ce sirop, additionné d'alcool, cristallise lentement. La récolte en produit cristallisé est de 4 pour 100 du poids de graines traitées.

Cette substance fond à 183°, possède une saveur sucrée, est très soluble dans l'eau, ne réduit pas la liqueur de Fehling, donne avec l'α-naphtol en solution sulfurique une coloration violette et est dextrogyre : $[\alpha]_D = +65°,9$, en solution aqueuse. Après hydrolyse acide, elle réduit la liqueur de Fehling et devient lévogyre : $[\alpha]_D = +20°,9$.

La solution hydrolysée, traitée par la phénylhydrazine et l'acide acétique, fournit une osazone identique à la phénylglucosazone. L'ensemble de ces propriétés indique que le sucre isolé du *Combretum Bernierianium* est du *saccharose*, ce que l'analyse élémentaire a d'ailleurs confirmé.

L'étude chimique du *Combretum subumbellatum*, conduite parallèlement à la précédente, a abouti aux mêmes résultats.

En résumé, les graines du *Combretum Bernierianum* et du *Combretum subumbellatum* renferment environ 10 pour 100 d'une matière grasse formée principalement de palmitine et d'oléine et une proportion de saccharose

notable puisqu'elle correspond à un minimum de 4 pour 100 du poids de graines. Cette teneur relativement élevée présente quelque intérêt surtout si l'on envisage la facilité avec laquelle on peut isoler, à l'état de pureté, le saccharose contenu dans ces graines.

Au cours de nos recherches, nous n'avons pu relever aucun indice de la présence d'un glucoside à côté du saccharose.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *La chronaxie par les tubes cathodiques à vide.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

La nécessité d'obtenir des courants constants malgré les forces contre-électromotrices de l'organisme nous a incité à utiliser les courants de saturation électroniques fournis par les tubes à vide.

Pour régler la durée du passage du courant, nous avions primitivement songé à utiliser la propriété de soupape présentée par les grilles des Triodes. La décharge d'un condensateur sur une résistance entre grille et filament eût réglé la durée du passage. Nous ne nous sommes pas arrêté à ce dispositif car le courant débité ne reste pas constant. En effet, lorsque la grille est portée à un potentiel un peu élevé, elle absorbe une très notable fraction du courant; de plus, quand son potentiel s'abaisse, le courant, d'abord constant, décroît ensuite suivant une caractéristique, dont l'étendue et la forme dépendent du type de lampe utilisé. Aussi ai-je proposé ([1]) et expérimenté avec la collaboration de H. Desgrez l'usage de simples kénotrons mis en série avec les rhéotomes mécaniques (égersimètre du professeur Strohl) bien connus des praticiens).

Pour étudier l'effet de passages extrêmement courts d'un courant constant, il peut paraître cependant préférable de substituer aux rhéotomes actuels des procédés purement électriques. Nous proposons la solution suivante :

Un tube de Braun, à faisceau électronique déviable par le champ d'un condensateur intérieur, est muni d'une anticathode tripartite. Les plages externes de celles-ci vont directement au générateur, la plage centrale est reliée au générateur à travers le sujet. Lorsque le faisceau est dévié d'une plage externe à l'autre, il balaie la plage centrale pendant un certain temps, au cours duquel le sujet reçoit le courant. L'intensité de celui-ci est lue sur un milliampèremètre et se règle par chauffage du filament du tube.

([1]) Ph. Fabre et H. Desgrez, *De l'utilisation des lampes à deux électrodes pour la recherche de la chronaxie* (*Journal de radio et électrologie*, 10, 1926, p. 459).

Pour faire varier aisément les durées de passage, il suffit de mettre en parallèle sur le condensateur de déviation un autre condensateur fixe, de capacité plus forte, et de les charger par le courant constant d'un petit kénotron. Le faisceau possède alors une vitesse de déviation proportionnelle à l'intensité du courant du kénotron, réglable par rhéostat de chauffage. Ainsi le temps de passage est lu directement sur un milliampèremètre traversé pour ce courant auxiliaire.

Les générateurs pourront être constitués par des dispositifs à tension constante tels qu'on les construit par la radiotélégraphie, le pôle en relation directe avec le sujet étant mis à la terre.

La nécessité d'utiliser des voltages élevés ne va pas sans danger et de tels procédés paraissent devoir être réservés d'abord à la physiologie animale.

Cependant en munissant le tube d'une anode supplémentaire du type Lilienfeld, sur laquelle porterait la majeure partie du voltage accélérateur du faisceau, il serait possible de n'appliquer au circuit du sujet qu'un voltage relativement peu élevé.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la production d'électricité par les torpilles.* Note de MM. **E. Huguenard** et **A. Magnan**, présentée par M. d'Arsonval.

L'étude de la production des courants électriques par les torpilles constitue un problème des plus intéressants, parce qu'il est susceptible de nous renseigner sur les phénomènes électriques qui se produisent chez les animaux et qui jouent certainement un rôle considérable dans les actes vitaux.

Nous avons eu l'occasion de faire des expériences sur ces poissons dans les conditions suivantes :

On place une torpille vivante entre deux feuilles d'étain horizontales qui sont reliées aux deux pôles d'un voltmètre à indications assez rapides. On appuie alors brusquement, de haut en bas, sur la feuille d'étain supérieure, dans la région de l'organe électrique, de façon à comprimer le corps de l'animal. Si la compression est exercée sur l'organe même, on constate que le voltmètre dévie d'une certaine quantité, se rapproche de son zéro, puis brusquement dévie à nouveau, mais beaucoup plus loin que la première fois. Par exemple, la première montée indique environ 20 volts, puis il se produit une descente vers 8 ou 10 volts, suivie aussitôt d'une remontée au delà de

50 volts, l'intervalle séparant les deux maxima successifs correspondant à environ $\frac{1}{10}$ de seconde. Par contre, si la compression est faite à côté de l'organe électrique, on n'observe qu'une seule déviation du voltmètre allant jusque vers 50 volts.

Avec une torpille morte depuis peu, il est possible, en répétant l'expérience précédente, de provoquer une seule décharge donnant en général un voltage moindre que la première décharge obtenue en comprimant le poisson vivant. Le même phénomène a été constaté en appuyant avec le pied sur une torpille qui avait la tête coupée depuis plusieurs minutes.

Ces faits prouvent que l'organe électrique de la torpille développe une force électromotrice quand on le comprime; cette compression peut être réalisée par un choc extérieur et donne lieu immédiatement à un courant électrique mesuré au voltmètre avant que le poisson ait eu le temps d'enregistrer le choc subi et de réagir. La réaction de défense de l'animal produit la seconde décharge au bout d'un temps qui est de l'ordre du $\frac{1}{10}$ de seconde et que nous n'avons pas pu jusqu'ici mesurer exactement, l'appareil utilisé ayant une période propre trop longue.

Il y a donc analogie qualitative complète avec les réactions électriques d'un muscle, les tensions développées et visibles étant seulement plus importantes, bien que rien ne prouve qu'à l'intérieur d'un muscle il n'existe pas de tension élevée. Il n'y a pas lieu de s'en étonner étant donné que l'organe électrique est adapté à la production de courants dans un circuit extérieur alors que le muscle a une tout autre fonction.

Tout cela conduit à penser qu'il y a chez la torpille combinaison d'un appareil électrique produisant une force électromotrice quand on le comprime et d'un dispositif capable d'effectuer cette compression par la volonté de l'animal. Ceci serait confirmé par le fait que, lorsqu'on provoque la décharge volontaire de la torpille en lui pinçant la queue, son corps semble s'aplatir.

Chacune des cellules qui constitue l'organe électrique est remplie en partie par une masse granuleuse dans laquelle arrive le nerf et par une matière plus ou moins fluide. M. d'Arsonval (¹) qui le premier a donné une explication du fonctionnement de cet organe basée sur des expériences précises pense que l'origine de la décharge se trouve dans les phénomènes électrocapillaires résultant de la modification de la surface de la masse granuleuse.

(¹) D'Arsonval, *Recherches sur la décharge électrique de la torpille* (*Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, **12**, 1895, p. 374).

Nous croyons qu'on peut l'attribuer aussi aux phénomènes électriques qui accompagnent la filtration ou l'osmose de solutions à travers les membranes. La compression provoquerait ces filtrations, par exemple entre la masse granuleuse et le liquide environnant, ce qui produirait une force électromotrice; on expliquerait ainsi l'épuisement de l'appareil électrique sous l'influence de décharges consécutives ou de compressions successives, la quantité de liquide susceptible de filtrer étant limitée. Ce liquide retraverserait les membranes au repos, l'organe reprenant alors ses qualités primitives.

Inversement l'application à la membrane d'une tension électrique appropriée peut avoir pour résultat de faire filtrer le liquide en sens inverse, et par conséquent d'augmenter l'épaisseur de l'organe, et l'on pourrait admettre que les muscles se gonflent sous l'effet d'un phénomène de ce genre. Le fait que l'action du cerveau sur un muscle n'est pas instantanée, que l'influx nerveux se propage à une vitesse beaucoup plus faible que l'électricité ne nuit en rien à cette manière de voir, car on peut très bien imaginer des transmissions électriques comportant une succession d'organes à mise en équilibre lente utilisant soit l'aimantation, soit la filtration, qui se commanderaient l'un l'autre, la vitesse apparente du phénomène transmis pouvant être aussi réduite qu'on le voudra. C'est ainsi que, si l'on place l'un au bout de l'autre une série de circuits comprenant chacun un accumulateur, un interrupteur et un électro-aimant chargé de fermer l'interrupteur du circuit suivant, la fermeture du premier interrupteur amorce le premier électro qui ferme le second circuit au bout d'un temps t après la fermeture du premier. Le deuxième électro ferme le troisième circuit au bout d'un nouvel intervalle de temps t. La vitesse de propagation de la fermeture des interrupteurs et par conséquent de l'aimantation qui en résulte est $\frac{d}{t}$, d désignant la distance qui sépare deux circuits consécutifs. Elle peut être rendue aussi faible qu'on le veut en diminuant d et en augmentant t.

PHYSICO-BIOLOGIE. — *Emploi de la lumière de Wood dans le diagnostic précoce de la grasserie des vers à soie.* Note de M. **Tahir Ertogroul**, présentée par M. F. Mesnil.

L'aspect du ver à soie à la lumière de Wood (rayons ultraviolets approximativement monochromatiques, d'environ 3650 Å) a déjà fait l'objet de

plusieurs recherches. Policard et Paillot ([1]) l'ont utilisée dans l'étude de la sécrétion de la soie. Tonon ([2]) a recherché l'influence des rayons ultraviolets (avec ou sans filtration) sur les œufs; Lombardi ([3]) a envisagé l'aspect du cocon à la lumière de Wood et Sergio Beer ([4]) celle de la larve.

J'ai étudié, à l'aide du dispositif de lumière de Wood du Laboratoire d'Histologie de la Faculté de Médecine de Lyon, les modifications offertes par les vers à soie, atteints de grasserie, comparativement avec des vers sains du même âge.

Les animaux proviennent d'un petit élevage où la maladie est apparue d'une façon en apparence spontanée. Ils ont été observés en séries, à tous les âges.

Tous les vers atteints de grasserie présentent un aspect tout à fait spécial à la lumière de Wood. Ils montrent une fluorescence jaune très vive, tandis que les vers sains sont d'un gris violet sombre, sans fluorescence. Le fait s'est montré constant, il permet de reconnaître les vers malades avant tout autre signe à la lumière ordinaire. Certains vers d'apparence normale ont montré, dans ces conditions d'examen, des taches jaunes fluorescentes. Isolés, ces vers ont présenté ultérieurement tous les signes habituels de la grasserie.

Sur les vers présentant l'aspect jaune brillant à la lumière de Wood, j'ai pu faire les constatations suivantes :

Les vers jaunes (premier et deuxième âge) étaient recouverts à leur surface d'un liquide caractéristique de la maladie. C'est ce liquide qui, à la lumière de Wood, apparaît jaune brillant, spécialement sur les parties dorsales et latérales des anneaux céphaliques et abdominaux.

Des vers sains plus gros (troisième, quatrième et cinquième âge) ont été inoculés avec du sang de vers malades afin de pouvoir suivre à la lumière de Wood les phases de l'infection. Le premier jour après l'inoculation, aucune

---

([1]) Policard et Paillot, *Étude de la sécrétion de la soie à l'aide des rayons ultraviolets filtrés* (*lumière de Wood*) (*Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 378).

([2]) A. Tonon, *Influenza delle radizioni della lampada a vapori di mercurio in tubo di quarzo sulle uova del Bombix mori* (*Boll. di sericultura*, **34**, 1927, p. 51).

([3]) L. Lombardi, *Ricerche preliminari sull'azione della luce ultravioletta sul baco da seta e sull'impiego della luce di Wood come mezzo di selezione* (*Boll. della R. Staz. sper. di Gelsicolt. e Bachicolt. Ascoli Miceno*, **7**, ii, 1928, p. 35).

([4]) Beer, Sergio, *Sulla fluorescenza presentata dalla larva del Bombyx mori sotto l'azione della luce di Wood* (*Boll. Soc. Ital. Biol. Sperim.*, 2e fascicule, vi, 1928, p. 162).

modification n'a été constatée. Le deuxième jour, on pouvait noter quelques petites taches jaunes, légèrement fluorescentes, à l'endroit même de l'inoculation. Le troisième jour, cette fluorescence jaune s'est étendue dans les espaces interannulaires, sur les régions céphalique, abdominale et spécialement caudale. En même temps, cette fluorescence s'accentuait. Le quatrième jour, la fluorescence avait envahi tout le corps. Tous les anneaux étaient jaunes, sauf l'espace interannulaire qui présentait encore la fluorescence habituelle de la chitine. Le cinquième jour, tous les vers étaient morts. Ils avaient l'aspect noirâtre habituel des vers atteints de grasserie; à la lumière de Wood, quelques parties seulement étaient jaunes; le reste apparaissait noirâtre.

Ces expériences furent répétées en provoquant la maladie par ingestion de feuilles de mûrier infectées avec du sang de vers malades. Des résultats identiques furent obtenus.

L'examen à la lumière de Wood permet donc de reconnaître les vers malades bien avant l'apparition des signes ordinairement connus. On sait que l'extension actuelle de la grasserie a amené les producteurs à pratiquer, comme pour la pébrine, la sélection microscopique des Papillons. C'est une opération compliquée et difficile.

Par l'emploi de la lumière de Wood, il est ainsi possible de surveiller, d'une façon méthodique, les élevages des reproducteurs, de reconnaître la maladie d'une façon très précoce et d'éliminer immédiatement les sujets malades. On peut ainsi assurer les prochains élevages et prévenir la maladie, ceci avec une méthode extrêmement facile qui ne nécessite aucun examen microscopique.

BACTÉRIOLOGIE. — *L'ultra-virus tuberculeux peut exister dans le lait provenant d'une mamelle tuberculeuse.* Note (¹) de M. **Paul Rossi**, présentée par M. E. Leclainche.

La forme filtrable du virus tuberculeux peut, dans certaines conditions, être mise en évidence dans le lait. Nos recherches ont porté sur un lait déjà modifié dans ses caractères macro et microscopiques, riche en globules de pus et en bacilles de Koch, sécrété par une mamelle parsemée d'une infinité de petits foyers caséeux, laissant entre eux du tissu glandulaire sain. La

(¹) Séance du 18 juin 1928.

vache qui a fourni ce lait était en fin de lactation et avait, en plus des lésions mammaires, une tuberculose généralisée aux poumons, au foie et à la rate.

Notre technique fut la suivante : le lait purulent, additionné d'eau stérilisée, pour libérer, par la lyse des leucocytes, le virus qui aurait pu déjà être phagocyté, est, au bout de trois jours, décanté par une centrifugation d'une minute à petite vitesse. Puis, par aspiration sous un vide de 40^{cm^3} de mercure, il est filtré au moyen d'une bougie Chamberland L^3, soigneusement vérifiée. Le filtrat, stérile en bouillon ordinaire, ne contient aucun élément visible après une centrifugation rapide, prolongée.

L'inoculation de ce filtrat, aux doses respectives de $1^{cm^3},5$, 2^{cm^3} et $2^{cm^3},5$ par voie sous-cutanée, à 3 cobayes de 500^g, déterminera une tuberculose expérimentale, exclusivement ganglionnaire et sans chancre d'inoculation. Les ganglions trachéo-bronchiques hypertrophiés montrent, après une longue et patiente recherche, quelques rares bacilles acido-résistants, groupés en amas de 7 à 8 unités, et de très rares éléments, morphologiquement identiques mais dépourvus d'acido-résistance. Une allergie tuberculinique, relativement précoce, s'est manifestée dès le 33e jour pour un cobaye, et le 62e jour pour les deux autres. Très nette au début, cette allergie commença, 45 jours après son apparition, à s'atténuer chez le troisième cobaye qui, après deux franches réactions, avec une tuberculine diluée au $\frac{1}{50}$, ne réagit plus actuellement que légèrement à une tuberculine au $\frac{1}{25}$.

La tuberculose expérimentale obtenue avec ce filtrat de lait rappelle donc en tous points celle observée après l'inoculation du virus filtrant. Nous nous croyons, par conséquent, autorisé à conclure à l'existence de l'ultra-virus tuberculeux dans un lait déjà macroscopiquement altéré, sécrété par une mamelle profondément lésée. Ces conclusions ne peuvent évidemment, pour l'instant, et avant d'autres recherches en cours, être étendues à tous les laits tuberculeux, en particulier à ceux provenant de mamelles ne présentant encore que des lésions microscopiques.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Le rôle du traumatisme lors de l'infection charbonneuse du chevreau par la voie digestive.* Note de M. **Ch. Hruska**, présentée par M. Roux.

Les expériences de Pasteur, Chamberland et Roux ont montré que les cobayes et les lapins opposent une résistance presque insurmontable à

l'infection charbonneuse lorsqu'on leur fait ingérer des aliments contenant des spores. On sait d'autre part que, d'après Koch, le charbon est provoqué par la germination des spores au sein de la cavité intestinale. Les recherches effectuées par Sanarelli, Boquet, ainsi que par nous-mêmes, tendent à prouver que chez les animaux de laboratoire il n'existe pas à l'intérieur de l'intestin de germination des spores. Boquet a montré que lorsque les cobayes à jeun depuis 36 heures ingèrent des spores charbonneuses, celles-ci passent dans la circulation sanguine au cours de la digestion, et qu'elles peuvent envahir ainsi le torrent circulatoire, sans provoquer ni infection ni l'immunité. Cependant, lorsque la peau est lésée par un traumatisme, ainsi que l'a montré Besredka, les cobayes peuvent succomber au charbon pendant que le sang véhicule des bactéridies. Il nous a paru utile de refaire ces recherches sur des chevreaux. Nous avons employé des chevreaux séparés de leur mère et nourris artificiellement pendant 14 jours avec du lait de chèvre. Ces animaux pendant toute la durée de l'expérience n'ont pas reçu de fourrage afin d'éviter le traumatisme.

Chaque chevreau a reçu à la fois des spores et des bactéridies lavées par l'eau physiologique (une boîte de Pétri). Les expériences ont porté sur trois lots. Le premier lot d'animaux a reçu du virus par la voie buccale au moyen d'un biberon. Au deuxième lot, le virus fut administré directement dans l'estomac au moyen d'une sonde. Les animaux du troisième lot ont reçu du virus par la voie rectale également au moyen d'une sonde. Dans chaque lot une moitié des animaux fut gardée comme témoins, les autres ont été traumatisés au moyen d'un scalpel dans la région jugulaire, puis saignés 4 à 8 heures après l'infection. Le sang a été défibriné, une partie a été soumise à la coloration par la méthode de Giemsa; l'autre partie a été ensemencée.

Les animaux en expérience ont été nourris pendant les 12 jours suivants avec du lait de chèvre et après ce laps de temps avec du foin.

Première série : *Expérience par la voie buccale.* — Les trois chevreaux témoins résistent. Sur les trois chevreaux traumatisés, l'un a montré dans le sang, 4 heures après l'infection, quelques spores charbonnenses, l'hémoculture fut positive. Au niveau du traumatisme, il y eut un œdème hémorragique. Les deux autres chevreaux traumatisés ont résisté. La recherche de bactéridies dans le sang, ainsi que l'hémoculture restèrent négatives.

Deuxième série : *Expérience par la voie stomacale.* — Les quatre chevreaux témoins résistent.

Les quatre chevreaux traumatisés résistent également. Les recherches par hémocul-

ture et par coloration au Giemsa négatives. Les deux chevreaux ont été, 14 jours après, éprouvés avec 1^{cm^3} de deuxième vaccin injecté sous la peau. Ils ont succombé.

Troisième série : *Expérience par la voie rectale.* — Les quatre chevreaux témoins résistent.

Parmi les quatre chevreaux traumatisés, chez l'un d'eux l'hémoculture et la coloration au Giemsa furent positives, et l'animal a succombé au charbon le huitième jour avec de l'œdème autour du point de ponction. Chez un deuxième, l'hémoculture fut négative, mais la coloration au Giemsa fut positive, et l'animal a succombé le quatrième jour avec de l'œdème autour de la ponction. Chez un troisième l'hémoculture fut négative, mais la coloration au Giemsa fut positive et l'animal a résisté. Chez le quatrième l'hémoculture et la coloration au Giemsa furent négatives et l'animal a résisté.

Il résulte donc de nos expériences que l'appareil digestif présente une réelle barrière contre la pénétration des spores et des bactéridies. Cependant quelques spores vont pénétrer dans la circulation sanguine au cours de la digestion. Spores et bactéridies peuvent circuler pendant plusieurs heures sans créer ni charbon interne, ni immunité contre cette infection. L'infection charbonneuse prend naissance seulement au lieu du traumatisme.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mai 1928.

National electrical safety code. Washington, Imprimerie du Gouvernement, 1927; 1 vol. 19^{cm}.

Die Hauptaufgabe der Naturwissenschaft und ihre einfache Lösung, par J. H. Ziegler. Zurich, Weltformel-Verlag, 1928; 1 fasc. 22^{cm},5.

Sopra un cimelio della scaperta di G. B. Amici sulla fecondazione delle piante, par B. Longo. Pise, Arti Grafiche, 1928; 1 fasc. 25^{cm},5.

Les Gravures rupestres du Djebel Ouenat, par S. A. S. le Prince Kemal el Dine, description par H. Breuil. (Extrait de la Revue scientifique, 25 février 1928.)

Sonnenfinsternisse von 600 *bis* 1800 *N. Chr.*, par J. Fr. Schroeter. Kristiania, in Kommission bei Jacob Dylwad, 1923; 1 vol. 27^{cm},5.

Marbres, Pierres, Grès, Granits de France, par B. Sancholle-Henraux. Cambrai, Henry Mallez et Cie, 1928; 1 vol. 24^{cm},5 × 32^{cm}.

Discours prononcé à la séance générale d'ouverture du Congrès du Cinquantenaire de l'Association française pour l'Avancement des sciences, par Alfred Lacroix. Paris, Secrétariat de l'Association. Juillet 1926; 1 fasc. 24^{cm}.

Cours de Mécanique professé à l'École supérieure des Mines, par Paul Lévy. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 25^{cm}. (Présenté par M. Hadamard.)

The Record of the Celebration of the two hundredth Anniversary of the founding of the American Philosophical Society. Held at Philadelphia for Promoting Useful Knowledge, April 27 *to April* 30, 1927. Philadelphia, the American Philosophical Society, 1927; 1 vol. 26^{cm}.

Commission internationale pour l'exploration scientifique de la mer Méditerranée. *Faune et flore de la Méditerranée*, publié sous la direction de Louis Joubin, fasc. 3, 23 planches, 27^{cm},5. Paris, Institut océanographique, 1928.

The vector theory of electricity, par George J. Burns. Los Angeles, chez l'auteur, 1928; 1 fasc. 23^{cm}.

Traité d'embryologie comparée des Invertébrés, par C. Dawydoff. Paris, Masson et Cie, 1928; 1 vol. 25^{cm},5.

Thèses présentées à la Faculté des sciences de l'Université de Strasbourg pour obtenir le grade de Docteur ès sciences naturelles, par Jean Jung. Première thèse : *Contribution à la Géologie des Vosges hercyniennes d'Alsace*. Deuxième thèse : *Propositions données par la Faculté*. Strasbourg, Istra, 1928; 1 vol. 29^{cm}. (Présenté par M. Termier.)

Leçons sur les spectres mathématiques, professées à la Sorbonne en 1928, par MICHEL PETROVITCH. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25cm.

El Túnel submarino del Estrecho de Gibraltar, par PEDRO JEVENOIS. Madrid, Editorial Voluntad, s. d.; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Histoire physique, naturelle et politique de Madagascar, publiée par A. et G. Grandidier. Volume IV : *Ethnographie de Madagascar*, par GUILLAUME GRANDIDIER. Tome IV : *Agriculture, forêts, élevage, industrie et commerce, travaux publics et moyens de transport, éducation, médecine*. Paris, Hachette, 1928; 1 vol. 33cm.

Le opere di ALESSANDRO VOLTA. Edizione nazionale. Volume sesto. Milano, Ulrico Hoepli, 1928; 1 vol. 30cm.

Éléments de Nomographie, par TOYOTARO TANIMURA (en japonais). Tokyo; 1 vol. 22cm,5. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Essais sur l'histoire de la balistique, par P. CHARBONNIER. Paris, Imprimerie nationale, 1928; 1 vol. 25cm.

Christophe Colomb vu par un marin, par J.-B. CHARCOT. Paris, Flammarion, 1928; 1 vol. 26cm.

ERRATA.

(Séance du 11 juin 1928.)

Note de M. *Edmond Rouelle*, Sur l'emploi du démultiplicateur de fréquence ferromagnétique comme multiplicateur de phases :

Page 1605, ligne 18, *au lieu de* d'ordre $n2$, *lire* d'ordre $2n$.

(Séance du 18 juin 1928.)

Note de M. *S. Posternak*, Sur la limite de dégradation des lectotyrines par la trypsine :

Page 1764, ligne 13, *au lieu de* $+ 6H^2O$, *lire* $+ 3H^2O$.

FIN DU TOME CENT-QUATRE-VINGT-SIXIÈME.